

सापक्ष प्रातलाम बन्दु ह।

## MATHEMATICS

### Third (a) Paper : Discrete Mathematics

Time allowed : Three hours

Maximum Marks 75 for  
Science 66 for Arts.

#### Parts - A

1. State Principle of Inclusion-Exclusion. आविष्टि अपवर्जन का सिद्धान्त लिखिये।
2. Define Chain and Antichain. श्रृंखला तथा प्रतिश्रृंखला की परिभाषा दीजिये।
3. Define Phase-Structure Grammar. वाक्यांश संरचना व्याकरण की परिभाषा दीजिये।
4. Find the number of different outcomes when three dice are rolled. तीन पासों को फेंकने पर प्राप्त विभिन्न परिणामों की संख्या ज्ञात कीजिये।
5. Define Disjoint Graph with examples. असंयुक्त ग्राफ को उदाहरण सहित समझाइये।
6. Define Centre of a Graph. ग्राफ का केन्द्र को परिभाषित कीजिये।

7. Define Homeomorphic Graph. समरूपी ग्राफ की परिभाषा दीजिये।
8. Define Finite State Machine. परिमित अवस्था मशीन की परिभाषा दीजिये।
9. Define Boolean function. बूलीय फलन की परिभाषा दीजिये।
10. Define Equivalent Switching Circuits. तुल्य स्विचन परिपथ को परिभाषित कीजिये।

### Parts - B

11. Determine the number between 1 and 250 that are divisible by any of the integers 2, 3, 5 and 7.

1 से 250 के मध्य उन पूर्णकों की संख्या ज्ञात कीजिये जो 2, 3, 5 तथा 7 में से किसी भी पूर्णांक से विभाजित होते हैं?

12. Let  $D(81)$  be the set of all positive divisors of 81. Then show that  $D(81)$  under the binary relation 'divides' POSET, Is the POSET totally ordered?

माना 81 के घनात्मक भाजकों का समुच्चय  $D(81)$  है। तब प्रदर्शित कीजिये कि  $D(81)$  द्विआधारी सम्बन्ध 'भाजक' के अन्तर्गत पोसेट है। क्या यह पोसेट पूर्ण क्रमित है?

13. Let  $L_1 = \{a, ab, ab^3\}$  and  $L_2 = \{b^2, ab, a^2\}$  be languages over  $A = \{a, b\}$  find: माना  $L_1 = \{a, ab, ab^3\}$  तथा  $L_2 = \{b^2, ab, a^2\}$  वर्णमाला  $A = \{a, b\}$  पर भाषाएँ हैं, तो ज्ञात कीजिये :

(i)  $L_1 L_2$

(ii)  $L_2 L_1$

14. If  $G$  is a connected graph with  $n$ -vertices,  $e$ -edges and  $r$ -regions, then prove that  $n - e + r = 2$ .

यदि  $G$  एक सम्बद्ध समतलीय ग्राफ है जिसमें  $n$ -शीर्ष,  $e$ -कोरें तथा  $r$ -क्षेत्र है, सिद्ध कीजिये  $n - e + r = 2$

15. In a Boolean algebra  $\langle B, +, \dots \rangle$ , for any pair of elements  $a, b \in B$  :  
बूलीय बीजगणित  $\langle B, +, \dots \rangle$  में किन्हीं भी दो अवयवों के लिए :

(i)  $a + b = 1$  and  $ab = 0$   $a = 1$

(ii)  $a + b = 0$  if and only if  $a = 0$  and  $b = 0$

### Parts - C

#### Unit - I

16. (a) Prove that the dual of a complemented lattice is also a complemented lattice.

सिद्ध कीजिये कि पूरित जालक का द्वैती भी पूरित जालक होता है?

- (b) Define Equivalence Class. Show that any two equivalence classes are either disjoint or equal.

तुल्यता वर्ग को परिभाषित कीजिये तथा प्रदर्शित कीजिए कि दो तुल्यता वर्ग या तो असंयुक्त होते हैं या परस्पर समान।

OR

- (a) Define Language of the Grammar and explain all types of the grammar with examples.

व्याकरण की परिभाषा दीजिये तथा भाषाओं की सभी प्रकारों को उदाहरण सहित समझाइये।

- (b) Let  $G = (V, T, P, S)$  where  $V = \{S, A, a, b, c\}$ ,  $T = \{a, b, c\}$ ,  $S$  symbols and  $P = \{S \rightarrow aS, S \rightarrow bA, A \rightarrow bA, A \rightarrow c\}$ ; find  $L(G)$  over  $G$

माना  $G = (V, T, P, S)$  जहाँ  $V = \{S, A, a, b, c\}$ ,  $T = \{a, b, c\}$ ,  $S$  प्रारम्भिक प्रतीक है तथा  $G$  तब  $P = \{S \rightarrow aS, S \rightarrow bA, A \rightarrow bA, A \rightarrow c\}$ ; की भाषा  $L(G)$  ज्ञात कीजिए।

### Unit-II

17. (a) The odds that a book will be favourably reviewed by three independent critics are 5 : 2, 4 : 3 and 3 : 4 respectively. What is the probability that, of the three reviews a majority will be favourable?

एक पुस्तक की तीन स्वतंत्र समालोचकों द्वारा अनुकूल समीक्षा किये जाने के पक्ष में संयोगानुपात क्रमशः 5 : 2, 4 : 3 तथा 3 : 4 है। क्या सम्भावना है कि तीन समीक्षकों में से बहुमत पुस्तक के पक्ष में होगा?

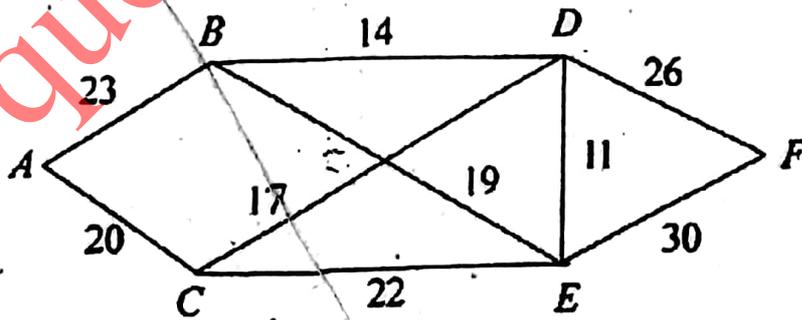
- (b) If  $G (V, E)$  is a connected graph, then  $G$  is bipartite if and only if  $G$  contains no odd cycle. Prove it.

यदि  $G (V, E)$  एक सम्बद्ध ग्राफ है, तब  $G$  द्विखण्डी है, यदि और केवल  $G$  यदि में कोई विषम चक्र नहीं है, सिद्ध कीजिये।

OR

17. (a) Find the shortest path from A to F in the weighted graph:

निम्न भारित ग्राफ में A से F तक लघतम मार्ग ज्ञात कीजिये :



- (b) Explain the following: निम्नलिखित को समझाइये :

- Isomorphism of Graphs ग्राफों की तुल्यकारिता
- Planner graph समतलीय ग्राफ
- Binary tree द्विचर वृक्ष

(iv) Hamiltonian graph हैमिल्टोनियन ग्राफ

Unit - III

18. (a) Define Computable function and if  $f(m,n) = n$ , then show that  $f$  is computable.

अभिकलनीय फलन की परिभाषा दीजिये तथा यदि  $f(m,n) = n$  तो प्रदर्शित कीजिये कि  $f$  अभिकलनीय फलन है।

(b) If  $p,q,r$  are three statements, then show that  $(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow r$  is a tautology.

यदि  $p,q,r$  तीन प्रकथन हैं, तब प्रदर्शित कीजिये कि  $(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow r$  एक पुनरुक्ति है।

OR

18. (a) If  $a,b,c$  are any three arbitrary elements of the Boolean algebra  $\langle B, +, \dots \rangle$  then prove that :

यदि  $a,b,c$  बूलीय बीजगणित  $\langle B, +, \dots \rangle$  के तीन स्वेच्छ अवयव हैं, तो सिद्ध कीजिये:

(i)  $a + b = a + c$  and  $ab = ac$   $b = c$

(ii)  $(a + b)(a' + c) = a,c + a'.b$

(b) Express the Boolean function in conjunctive normal form:

बूलीय फलन को संयोजनीय प्रसामान्य रूप में व्यक्त कीजिये।

$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1, x_2, x_3)(x_1, x_2 + x_1, x_3)$