

MATHEMATICS

Third (b) Paper (Optimization Techniques and Statistics)

Time Allowed : Three Hours

M. M. : 75

Part-A (भाग-अ)

1. Define spanning set. जनक समुच्चय को परिभाषित कीजिए।
2. Give statement of fundamental theorem of L.P.P.
रैखिक प्रोग्रामन समस्या में असंगतता एवं अतिरिक्तता को परिभाषित कीजिए।
3. Define Inconsistency and Redundancy in L.P.P.
रैखिक प्रोग्रामन समस्या में असंगतता एवं अतिरिक्तता को परिभाषित कीजिए।
4. Write Hungarian Method to solve Assignment Algorithm.
निर्दिष्ट कलन विधि को सरल करने की हंगोरियन विधि लिखिए।
5. Write Unit Cost Penalty Method to solve transportation problem.
परिवहन समस्या को सरल करने की इकाई लागत शास्ति विधि लिखिए।
6. Define Central Moments. केन्द्रीय आघूर्ण को परिभाषित कीजिए।
7. Define Unsymmetric Dual Problem.
असमिति द्वेती समस्या को परिभाषित कीजिए।
8. What is the probability that a leap year selected at random will contain 53 Sunday? एक लीप वर्ष का यादृच्छिक चुनाव करने पर उसमें 53 रविवार आने की प्रायिकता बताइये।
9. What is the effect of change of origin and scale on M.G.F.?

- मूल बिन्दु और स्केल के परिवर्तन का आधूर्ण जनक फलन पर क्या प्रभाव होता है?
10. Find the S.D. of Binomial Distribution.
द्विपद बटन का मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

Part-B (भाग-ब)

11. Find the basic solutions for the following system of equations and show that all of them are non-degenerate : निम्नलिखित समीकरण निकाय के सभी आधारी हल ज्ञात कीजिए तथा दर्शाइये कि सभी अनप्रष्ट हैं:

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 4$$

$$2x_1 + x_2 + 5x_3 = 5$$

12. The set of all convex combinations of a finite number of points x_1, x_2, \dots, x_n is a convex set. x_1, x_2, \dots, x_n बिन्दुओं के सभी अवमुख संचयों का समुच्चय एक अवमुख समुच्चय होता है।

13. Find the dual problem of the following L.P.P.: निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या की द्विती समस्या ज्ञात कीजिए :

$$\text{Min.} \quad z = x_1 + x_2 + x_3$$

$$\text{S.t.} \quad x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 5$$

$$2x_1 - 2x_2 \leq -3$$

$$2x_2 - x_3 \geq 5$$

$$\text{and} \quad x_1, x_2 \geq 0$$

x_3 is unrestricted in sign. x_3 चिन्ह में अप्रतिबन्धित है।

14. For a distribution the mean $\bar{X} = 10$, variance = 16, $y_1 = 1$ and $\beta_2 = 4$.
Find the first four moments about the origin.

किसी बटन के लिए $\bar{X} = 10$, प्रसरण = 16, $y_1 = 1$ तथा $\beta_2 = 4$ मूल बिन्दु के परित प्रथम चार आधूर्ण ज्ञात कीजिए।

15. The difference of two independent poisson Variates is not a Poisson Variate. दो स्वतन्त्र प्वासों विचरों का अन्तर प्वासों विचार नहीं है।

Part-C (भाग-स)

Unit-I (इकाई-I)

16. (a) Prove that $x_1 = 4, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 4$ is an optimal basic solution of the following L.P.P.: सिद्ध कीजिए कि $x_1 = 4, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 4$ निम्न रैखिक प्रोग्रामन पद्धति का इष्टतम आधारी हल है:

$$\text{Max.} \quad z = x_1 + 2x_2$$

$$\text{S.t.} \quad x_1 + 2x_2 + x_3 = 4$$

$$x_1 + 4x_2 + x_4 = 8$$

$$\text{and} \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

- (b) Every extreme point of the convex set of all F.S. of the system $Ax = b$

is a B.F.S. निकाय $Ax = b$ के सभी सुसंगत हल के अवमुख समुच्चय का प्रत्येक चरम बिन्दु एक आधारी सुसंगत हल होता है।

17. (a) Solve the following L.P.P. by simplex method :

निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को सिम्प्लेक्स विधि से हल कीजिए :

$$\text{Min. : } z = 5x_1 + 2x_2$$

$$\text{S.t. : } 3x_1 + x_2 = 4$$

$$2x_1 + x_2 \geq 3$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 3$$

$$\text{and : } x_1, x_2 \geq 0$$

- (b) Write about two phase method to solve L.P.P.

रैखिक प्रोग्रामन समस्या हल करने की दो फेज विधि के बारे में लिखिए।

Unit-II (इकाई-II)

18. (a) If \hat{x} is a F.S. of the P.P. $\min z_p = Cx$, $Ax \geq b$, $x \geq 0$ and \hat{W} is such a F.S. of its D.P. $\max z_p = b^T W$, $A^T W \leq C^T$, $W \geq 0$ and $C\hat{x} = b^T \hat{W}$; then \hat{x} and \hat{W} are optional solutions of the primal and dual respectively.

यदि \hat{x} किसी आद्य समस्या, निम्न दीजिए : $z_p = Cx$, $Ax \geq b$, $x \geq 0$ का एक सुसंगत हल है, तथा \hat{W} किसी द्वैती समस्या, अधिकतम कीजिए :

$z_p = b^T W$, $A^T W \leq C^T$, $W \geq 0$ का एक सुसंगत हल है कि $C\hat{x} = b^T \hat{W}$; तो \hat{x} तथा \hat{W} क्रमशः आद्य समस्या और द्वैती समस्या के इष्टतम हल होंगे।

- (b) Use duality to solve the following L.P.P.

निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को उसकी द्वैती की सहायता से हल कीजिए:

$$\text{Min. : } z = 2x_1 + 9x_2 + x_3$$

$$\text{S.t. : } x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 5$$

$$3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 4$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 3$$

$$\text{and : } x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

19. Use Revised Simplex Method to solve the following L.P.P.:

संशोधित सिम्प्लेक्स विधि का प्रयोग कर निम्न L.P.P. का हल कीजिए:

$$\text{Max. : } z = 3x_1 + 5x_2$$

$$\text{S.t. : } 5x_1 + 6x_2 \leq 10$$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$3x_1 + 8x_2 \leq 12$$

$$\text{and } x_1, x_2 \geq 0$$

Unit-III (इकाई-III)

20. (a) The probability that a teacher will give an unannounced test during any class meeting is $1/5$. If a student is absent twice, what is the

probability that he will miss at least one test?

एक अध्यापक के कक्षा में बिना सूचना के परीक्षा लेने की प्रायिकता $1/5$ है। यदि एक विद्यार्थी दो बार अनुपस्थित रहे, तो इस बात की प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि वह कम-से-कम एक परीक्षा नहीं दे सकेगा।

- (b) A box contains a white, b black balls, c balls are drawn. Find the expectation of the number of white balls drawn.

एक सन्दूक में a सफेद और b काली गेंदें रखी हैं। इनमें से c गेंदें निकाली जाती हैं। सफेद गेंद निकलने की संख्या की प्रत्याशा ज्ञात कीजिए।

21. (a) Prove that for a poisson distribution with unit mean, the mean deviation about the mean is $2/e$ times the S.D.

यदि किसी प्वासों बंटन का माध्य 1 हो, तो सिद्ध कीजिए कि माध्य के परित माध्य विचलन, मानक विचलन का $2/e$ गुना है।

- (b) Find the M.G.F. and Mean Deviation about the mean for Normal Distribution.

प्रसामान्य बंटन का आघूर्ण जनक फलन तथा माध्य के परित माध्य विचलन ज्ञात कीजिए।