

**MATHEMATICS**  
**Second Paper : Differential Equation**

**Time allowed : Three hours**

**Maximum Marks 75 for  
Science 66 for Arts.**

**Parts - A**

1. Define linear differential equations and write its standard form.  
रैखिक अवकल समीकरण को परिभाषित कीजिए तथा इसका मानक रूप भी लिखिये।
2. Write the general procedure for finding the singular solutions and extraneous loci of the following differential equation.  
निम्न अवकल समीकरण के विचित्र हल तथा बाह्य बिन्दुपथ ज्ञात करने की सामान्य क्रिया विधि को लिखिये।  
 $f(x, y, p) = 0$
3. Explain the meaning of the following differential equation -  
निम्न अवकल समीकरण का अर्थ स्पष्ट कीजिए  
$$\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{y}$$
4. Define trajectory and orthogonal trajectory.  
संछेदी तथा लम्बकोणीय संछेदी को परिभाषित कीजिए।
5. Find the general solution of the following differential equation -  
निम्न अवकल समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए -

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + x\left(\frac{dy}{dx}\right) - y = 0$$

6. निम्न अवकल समीकरण की सहायक समीकरण लिखिये -

$$(3-x)\frac{d^2y}{dx^2} - (9-4x)\frac{dy}{dx} + (6-3x)y = 0$$

7. Write the auxiliary equation of the following differential equation.  
निम्न अवकल समीकरण की सहायक समीकरण लिखिये -

$$Pdx + Qdy + Rdz = 0$$

8. Find - ज्ञात कीजिए -

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{e^{-3p}}{p^3}\right\}$$

9. Define ordinary and singular points of a power series.

घात श्रेणी के साधारण तथा विचित्र बिन्दुओं को परिभाषित कीजिए।

10. If  $\mathcal{L}\left\{\frac{\sin t}{t}\right\} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{p}\right)$ , then apply change of scale property to show

$$\text{that } \mathcal{L}\left\{\frac{\sin at}{t}\right\} = \tan^{-1}\left(\frac{a}{p}\right)$$

यदि  $\mathcal{L}\left\{\frac{\sin t}{t}\right\} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{p}\right)$  तो माप परिवर्तन प्रगुण का प्रयोग कर सिद्ध

$$\text{कीजिए } \mathcal{L}\left\{\frac{\sin at}{t}\right\} = \tan^{-1}\left(\frac{a}{p}\right)$$

### Parts - B

11. Find the order and degree of the following difference equation -  
निम्न अवकल समीकरण की कोटि तथा घात ज्ञात कीजिए -

$$\frac{d^2}{dx^2} \left\{ \left( \frac{d^2y}{dx^2} \right)^{\frac{-3}{2}} \right\} = 0$$

12. Find the general solution of the following differential equation.  
निम्न अवकल समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए -

$$x \frac{dy}{dx} + \frac{y^2}{x} = y$$

13. Solve : हल कीजिए -

$$wy + \frac{dx}{dy} = 0$$

$$-wx + \frac{dy}{dt} = 0$$

14. Use Laplace transform technique to solve the following -  
लाप्लास रूपान्तरण तकनीक से निम्न हल कीजिए -

$$\frac{dy}{dt} + 2y = 3 ; \text{ given that दिया है } y = 0 \text{ when जब } t = 0$$

15. Find the series solution of the following equation near  $x = 0$ .  
 $x = 0$  के समीप निम्न समीकरण का श्रेणी हल ज्ञात कीजिए-

$$\frac{dy}{dx} - y = 0$$

### Parts - C Unit - I

16. (a) If  $x^m y^n$  is an integrating factor of the following differential equation then find the values of  $m$  and  $n$ .

यदि  $x^m y^n$  निम्न अवकल समीकरण का समाकलन गुणक हो तो  $m$  तथा  $n$  के मान ज्ञात कीजिए।

$$(y^2 + 2x^2 y) dx + (2x^3 - xy) dy = 0$$

- (b) Find the general solution of the following differential equation.  
निम्न अवकल समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए -

$$2x \frac{dy}{dx} = 10x^3 y^5 + y$$

OR

16. (a) Solve the following differential equation -  
निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए -

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + y = e^{-x} + \cos x + x^3 + e^x \sin x$$

- (b) Find the general solution of the following differential equation.  
निम्न अवकल समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए -

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{\phi\left(\frac{y}{x}\right)}{\phi\left(\frac{y}{x}\right)}$$

## Unit - II

17. (a) Solve: हल कीजिए :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 3x \frac{dy}{dx} + y = \frac{1}{(1-x)^2}$$

(b) Solve the following equation by the method of variation of parameters-

निम्न अवकल समीकरण को प्राचल विचरण विधि से हल कीजिए -

$$(x-1) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = (x-1)^2$$

OR

17. (a) Solve : हल कीजिए -

$$\frac{dx}{dt} + 4x + 3y = t$$

$$\frac{dy}{dt} + 2x + 5y = e^t$$

(b) Show that  $xP + yQ + zR = c$  is the solution of  $Pdx + Qdy + Rdz = 0$  when the equation is exact and homogeneous of degree  $n = -1$

प्रदर्शित कीजिए कि यथार्थ तथा  $n = -1$  घात की समघात समीकरण  $Pdx + Qdy + Rdz = 0$  का हल  $xP + yQ + zR = c$  होता है।

## Unit - III

18. (a) State and prove change of scale property for Laplace Transform. लाप्लास रूपान्तरण के लिए माप परिवर्तन प्रगुण का कथन देकर सिद्ध कीजिए।

(b) Write Legendre's differential equation and find its series solution. लिजान्द्रे अवकल समीकरण को लिखिये तथा उसका श्रेणी हल ज्ञात कीजिए।

OR

18. (a) Solve  $t \frac{d^2 y}{dt^2} + (2t+3) \frac{dy}{dt} + (t+3)y = ae^{-t}$  if  $y$  and its derivatives have transforms.

हल कीजिए -  $t \frac{d^2 y}{dt^2} + (2t+3) \frac{dy}{dt} + (t+3)y = ae^{-t}$  यदि  $y$  तथा इसके अवकलजों के रूपान्तरण विद्यमान हैं।

(b) Show that : प्रदर्शित कीजिए -

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{p}{2p^2 - 8} \right\} = \frac{1}{2} \cosh 2t$$