

MATHEMATICS

Paper- I : Higher Algebra

Time : Three Hours

Part-A (Compulsory)

भाग- अ (अनिवार्य)

M.M. : 75/66

[Marks : 10]

- 1. What is well ordering principle? सुक्रमण सिद्धान्त क्या है?**

2. Define principle of Mathematical Induction.
गणितीय आगमन सिद्धान्त की परिभाषा लिखो।
3. Prove that square of an odd integer is of the form $8q + 1$.
सिद्ध करो एक विषम पूर्णांक का वर्ग $8q + 1$ रूप का होता है।
4. Determine if the linear Diophantine equation
 $12x + 18y = 30$ is soluble or not.
ज्ञात करो कि रेखीय डाओफन्टाइन समीकरण $12x + 18y = 30$ हल योग्य है या नहीं।
5. Define finite and infinite continued fraction.
परिमित व अरिमित वितत भिन्नों की परिभाषा दो।
6. Define n^{th} convergent of a continued fraction.
वितत भिन्नों के n वें अभिसारक की परिभाषा लिखो।
7. Form a rational cubic equation having roots 1 and $2 + 3i$.
त्रिघात परिमेय समीकरण बनाइये – जिसके मूल 1 व $2 + 3i$ हों।
8. Find the number of roots of equation $\sin x = x$ graphically.
समीकरण $\sin x = x$ के मूलों की संख्या लेखाचित्र की सहायता से ज्ञात करो।
9. In Vedic Mathematics write name of sutra. "If one is in ration, then the other one is zero" which is used in solving linear equation of two variables.
वैदिक गणित में 'यदि एक भिन्न में है तो दूसरा शून्य होगा' सूत्र का नाम लिखो जिसका प्रयोग दो चरों की रेखीय समीकरण हल करने में किया जाता है।
10. If $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ are roots of on biquadratic equation then write number of items in $\sum \alpha^2 \beta^2 \gamma^2$
यदि $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ एक चतुर्घात समीकरण के मूल हों तो $\sum \alpha^2 \beta^2 \gamma^2$ में पदों की संख्या लिखो।

PART-B (COMPULSORY)

आग-ब (अनिवार्य)

11. If $x, y \in z$ such that $x \neq y$ show that by method of induction that $x^n - y^n$ is divisible by $x - y$. $\forall n \in N$.
यदि $x, y \in z$ व $x \neq y$ तो गणितीय आगयन से सिद्ध करो $x^n - y^n$ सदैव $x - y$ से भाज्य होगा $\forall n \in N$.
12. Prove that in set of integers relation a is congruent to be modulo m is an equivalence relation.
सिद्ध करों पूर्णांकों के समुच्चय में a समशेष b मोड़लो m सम्बन्ध एक तुल्यता सम्बन्ध है।
13. Write the positive solution of equation $x^2 - x - 2 = 0$ as continued fraction.
समीकरण $x^2 - x - 2 = 0$ के धनात्मक हल को वितत भिन्न के रूप में लिखो।
14. If $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$ are non-zero real numbers with $\lambda_k \neq \lambda_{k+1} \forall k$, then for any $n \in N$
यदि $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$ अशून्य वास्तविक संख्याएँ हैं $\lambda_k \neq \lambda_{k+1} \forall k$ तो $n \in N$ हेतु

$$\sum \frac{(-1)^{k-1}}{\lambda_k} = \frac{1}{\lambda_1 + \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2 - \lambda_1 + \frac{\lambda_2^2}{\vdots + \frac{\lambda_{(n-1)}^2}{\lambda_n - \lambda_{n-1}}}}}$$

15. Solve following equation if two roots are equal.

निम्न समीकरण हल करो, यदि दो मूल समान हो

$$x^3 - 3x^2 + 4 = 0$$

Part-C (भाग-स)

UNIT-I (इकाई-I)

16.(a) Find general solution of $21x + 13y = 1791$ by Eulers method.

समीकरण $21x + 13y = 1791$ का आयलर विधि से हल ज्ञात करो।

(b) Prove that general integral solution of the equation $x^2 + y^2 + z^2 = m^2$, $(x, y, z, w) = 1$ is given by सिद्ध करो समीकरण $x^2 + y^2 + z^2 = m^2$, $(x, y, z, w) = 1$ का पूर्णकीय हल

$$x = a^2 - b^2 + c^2 - d^2 \quad y = 2ab + 2cd$$

$$z = 2ad - 2bc \quad w = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$$

Or/अथवा

(a) If p is r^{th} prime number, then prove that $pr \leq 2^{2r} - 1$
यदि p_r वीं अभाज्य संख्या हो तो सिद्ध करो $pr \leq 2^{2r} - 1$

(b) State and prove chimera remainder theorem.
चाइनीज शेषफल प्रमेय कथन सहित सिद्ध करो।

UNIT-II (इकाई-II)

17.(a) Prove that सिद्ध करो -

$$e = 2 + \cfrac{2}{2 + \cfrac{3}{3 + \cfrac{4}{4 + \cfrac{5}{\vdots}}}}$$

(b) Assume that $b_n > 0$, $\forall n \in \mathbb{N}$, then prove that the convergents

{ C_n } satisfy the inequality
 $C_0 < C_1 < C_2 < \dots < C_{2n} < C_{2n-1} < \dots < C_5 < C_3 < C_1$, that is, the even convergents from a strictly increasing sequence while the odd convergents from a strictly decreasing sequence.

यदि $b_n > 0$, $\forall n \in \mathbb{N}$ तो सिद्ध करो कि अभिसारक { C_n } निम्न को संतुष्ट करते हैं। $C_0 < C_1 < C_2 < \dots < C_{2n} < C_{2n-1} < \dots < C_5 < C_3 < C_1$, that is, the even तो सिद्ध करो सम अभिसारक वृद्धिमान अनुक्रम व विषम अभिसारक छासमान अनुक्रम बनाते हैं।

Or

(a) Find number of roots of equation $| |x| - 2 | = \sin x$ using graph.
ग्राफ की सहायता से समीकरण $| |x| - 2 | = \sin x$ के मूलों की संख्या ज्ञात करो।

(b) Write briefly about fundamental properties of roots of algebraic equations. बीजीय समीकरण के मूलों के गुणधर्मों का वर्णन करो।

UNIT-III (इकाई-III)

18.(a) If the sum of two roots of equation $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ is equal to zero then show that $v^2 + p^2s = pqr$.
यदि समीकरण $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ के दो मूलों का योग शून्य है तो सिद्ध करो $v^2 + p^2s = pqr$.

(b) Solve the equation $2x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$ by cordons method.
समीकरण $2x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$ को कार्डन विधि से हल करो।
Or

(a) Solve the following reciprocal equation

निम्न व्युत्क्रम समीकरण हल करो। $x^4 - 10x^3 + 26x^2 - 10x + 1 = 0$

(b) Solve हल करो . $x^3 + 6x^2 - 12x + 32 = 0$