

MATHEMATICS

Third (b) Paper : Optimization Techniques and Statistics

Time allowed : Three hours

Maximum Marks 75 for
Science 66 for Arts.

Parts - A

1. Write the following Linear Programming Problem in the Standard form:
निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को मानक रूप में लिखिये :
Max. अधिकतम : $Z = 2x_1 + 5x_2$;
Subject to प्रतिबन्ध : $x_1 + x_2 = 5, 5x_1 - 2x_2 \geq 3$
and और : $x_1, x_2 \geq 0$
2. Is the set $\{(0,1), (1,0)\}$ convex if $\{(0, 1)\}$ and $\{(1, 0)\}$ are two convex set?
क्या समुच्चय $\{(0,1), (1,0)\}$ अवमुख है यदि $\{(0, 1)\}$ और $\{(1, 0)\}$ दो अवमुख समुच्चय है?
3. Determine whether the vectors $(1,2,3), (3, -1,2), (5,3,8)$ is L.D. or L.I.

ज्ञात कीजिये कि सदिश $(1,2,3)$, $(3, -1,2)$, $(5,3,8)$ एकघाततः स्वतंत्र है अथवा आश्रित है।

4. What are the advantages of the revised simplex method over the usual Simplex Method?
5. संशोधित एकल प्रविधि के सामान्य एकल प्रविधि के परिप्रेक्ष्य में लाभ क्या हैं?
What do you mean by Generalised Simplex Method?
6. सामान्यीकृत एकल प्रविधि से आपका क्या अभिप्राय है?
What do you mean by Multiplicity Criterion?
7. गुणात्मक मापदण्ड से आपका क्या अभिप्राय है?
Explain Degeneracy in Transportation Problem.
8. परिवहन समस्या में अपभ्रष्टता स्पष्ट कीजिये।
Explain the type of Random variable with an example.
9. यादृच्छिक चर के प्रकार उदाहरण सहित स्पष्ट कीजिये।
Find expectation $(2x + 1)^2$ when :
प्रत्याशा $(2x + 1)^2$ ज्ञात कीजिये जबकि :

x	p(x)
-3	1/6
6	1/2
9	1/3

10. If MGF of Binomial distribution is $(q + pe^t)^n$, find mean.
यदि द्विपद बंटन का आघूर्णजनक फलन $(q + pe^t)^n$ है तो माध्य ज्ञात कीजिये।

Parts - B

11. Obtain a basic feasible solution starting from the feasible solution $(2,4,5)$ of the given system:
दिये निकाय का आधारित सुसंगत हल, सुसंगत हल $(2, 4, 5)$ से शुरुआत करते हुए प्राप्त कीजिये :

$$2x_1 - x_2 + 2x_3 = 10$$

$$x_1 + 4x_2 = 18$$
 and और $x_1, x_2, x_3 \geq 0$
12. Prove that a balanced transportation problem possesses a finite feasible solution and optimal solution always.
सिद्ध कीजिये कि संतुलित परिवहन समस्या हमेशा परिमित सुसंगत एवं इष्टतम हल रखती है।
13. Find the MGF of a random variable X whose moments are given as :
एक यादृच्छिक चर का आघूर्णजनक फलन ज्ञात कीजिये जिसके आघूर्ण इस प्रकार दिये हैं :

$$\mu_r' = (r+1)!2^r$$

14. In a Poisson frequency distribution, frequency corresponding to 3 successes is $\frac{2}{3}$ times frequency corresponding to 4 successes. Find

the mean and standard deviation of the distribution.

एक प्वासन आवृत्ति बंटन में, 3 सफलता के संगत की आवृत्ति, 4 सफलता के संगत की

आवृत्ति का $\frac{2}{3}$ गुणा है। बंटन का माध्य और मानक विचलन ज्ञात कीजिये।

15. Obtain the dual of : द्वैती प्राप्त कीजिये :

Maximize अधिकतम : $z = x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4$

Subject to प्रतिबन्ध : $x_1 + x_2 \geq -1$

$$x_1 - 3x_2 - x_3 \leq 7$$

$$x_1 + x_3 - 3x_4 = -2$$

and और $x_1, x_4 \geq 0, x_2, x_3$ unrestricted अप्रतिबन्धित।

Parts - C

Unit - I

- 16 Solve : हल कीजिये :

Maximize अधिकतम : $Z = x_1 + 2x_2$

Subject to प्रतिबन्ध : $x_1 + x_2 = 1; 2x_1 = x_2 = 4$

where x_1, x_2 unrestricted in sign.

जहाँ x_1, x_2 चिन्ह में अप्रतिबन्धित है।

Or

Solve : हल कीजिये :

Minimize न्यूनतम : $Z = 2x_1 + 9x_2 + x_3$

Subject to प्रतिबन्ध $x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 5; 3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 4$

and और : $x_1 \geq x, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$

Unit - II

17. (a) Test optimality of the solution $x_{11} = 5, x_{14} = 2, x_{23} = 7, x_{24} = 2, x_{32} = 8, x_{34} = 10$ for the following problem:

निम्न समस्या के लिए हल $x_{11} = 5, x_{14} = 2, x_{23} = 7, x_{24} = 2, x_{32} = 8, x_{34} = 10$ के इष्टतम होने की जाँच कीजिये :

	W_1	W_2	W_3	a_i
F_1	19	30	50	10
F_2	70	30	40	60
F_3	40	8	70	20
b_j	5	8	7	14

- (b) A company has three senior executives. Each is judged against each of three positions and their ratings are given by :

एक कम्पनी तीन वरिष्ठ अधिकारी रखती है। प्रत्येक तीन स्थानों हेतु प्रत्येक लेते हैं और उनकी रेटिंग्स दी गई है :

Positions	I	II	III
E_1	7	5	6
E_2	8	4	7
E_3	9	6	4

Assign each executive to one position each so that the sum of ratings for all three is highest.

प्रत्येक अधिकारी को एक स्थान पर इस प्रकार नियतन कीजिये कि रेटिंग्स का योग तीनों के लिए उच्चतम हो।

OR

Solve the following L.P.P. by revised Simplex method:

निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को संशोधित एकल प्रविधि द्वारा हल कीजिये :

Maximize अधिकतम : $z = 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 7x_4$

Subject to प्रतिबन्ध : $3x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 \leq 20$

$-2x_1 + 2x_2 + 5x_3 + x_4 \leq 26$

$x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 \leq 91$

and और : $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

Unit - III

18. (a) The probability that a student passes a Physics exam is $2/3$ and the probability that he passes both Physics and Maths exam is $14/45$. The probability that he passes at least one exam is $4/5$. What is the probability that he passes Maths exam?

एक छात्र के भौतिकी की परीक्षा उत्तीर्ण होने की प्रायिकता $2/3$ है और भौतिक व गणित परीक्षा दोनों में उत्तीर्ण होने की प्रायिकता $14/45$ हैं कम-से-कम एक परीक्षा में उत्तीर्ण होने की प्रायिकता $4/5$ हैं गणित परीक्षा में उत्तीर्ण होने की प्रायिकता क्या है?

- (b) Fit a Poisson distribution to the data and calculate the theoretical frequencies : ($e^{-0.61} = .5432$)

निम्न आंकड़ों के लिए प्वासन बंटन का समंजन कीजिये और सैद्धांतिक आवृत्तियों की गणना कीजिये : ($e^{-0.61} = .5432$)

x	f
0	109
1	65
2	22
3	3
4	1
Total	200

OR

- (a) If m things distributed among a men and b women, show that the probability that the number of things received by men is odd, is:

यदि m वस्तुएँ a पुरुष व b औरतों के मध्य वितरित की जाती हैं, तो प्रदर्शित कीजिये कि पुरुष द्वारा प्राप्त वस्तुओं की संख्या विषम होने की प्रायिकता है :

$$\frac{1}{2} \left[\frac{(b+a)^m - (b-a)^m}{(b+a)^m} \right]$$

- (b) Find the variance of normal distribution.

प्रसामान्य बंटन का प्रसरण ज्ञात कीजिये।