

MATHEMATICS

Third (a) Paper (Discrete Mathematics)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 75

PART-A (भाग-अ)

1. (a) Define Binary relation. द्विआधारी सम्बन्ध को परिभाषित कीजिए।
- (b) Define partition of a set. समुच्चय का विभाजन को परिभाषित कीजिए।
- (c) Define total order relation. सम्पूर्ण क्रम सम्बन्ध को परिभाषित कीजिए।
- (d) Let $X = \{2, 3, 6, 12, 24, 36\}$ and the relation " \leq " be such that $x < y$ if x divides y . Draw the Hass diagram of (X, \leq) .
मान लीजिए $X = \{2, 3, 6, 12, 24, 36\}$ तथा सम्बन्ध " \leq " इस प्रकार है कि $x \leq y$ यदि x, y को विभाजित करते हैं। (X, \leq) का हेस चित्र खींचिए।
- (e) Define combinations of permutations.
संचय तथा क्रमचय को परिभाषित कीजिए।
- (f) Write mathematical definition of probability.
प्रायिकता की गणितीय परिभाषा लिखिए।
- (g) Define length of a path. पथ की लम्बाई को परिभाषित कीजिए।
- (h) Define centre of a graph. आलेख (ग्राफ) का केन्द्र को परिभाषित कीजिए।
- (i) Define finite state machine.
परिमित अवस्था तंत्र (मशीन) को परिभाषित कीजिए।
- (j) Define open sentence and give an example.
विवृत वाक्य को परिभाषित कीजिए तथा एक उदाहरण दीजिए।

Part-B (भाग-ब)

2. A relation R_1 defined on the set R of real numbers below is not transitive relation : वास्तविक संख्याओं के समुच्चय निम्न प्रकार परिभाषित सम्बन्ध R_1 संक्रामक सम्बन्ध नहीं है:
$$R_1 = \{(a, b) : 1 + ab > 0, a, b \in R\}$$
3. If from a lottery of 30 tickets, marked 1, 2,, 30, four tickets are drawn at random, what is the change that those marked 1 and 2 are among them?
नम्बर 1, 2,, 30 लगे टिकटों में से यादृच्छया 4 टिकट निकाले जाते हैं। इनमें टिकट नम्बर 1 और 2 के शामिल होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
4. Show that complete bipartite graph $K_{3,3}$ is not planar graph.
प्रदर्शित कीजिए पूर्ण द्विभाजित आलेख $K_{3,3}$ असमतलीय है।

5. Prove that $p \wedge (\sim q)$ is a fallacy. सिद्ध कीजिए $p \wedge (\sim q)$ एक हेत्वाभास है।
6. Construct a grammar for the following language :
निम्नलिखित भाषा के लिए व्याकरण की रचना कीजिए:

$$L_1 = \{a a a a, a a b b, b b a a, b b b b\}$$

Part-C (भाग-स)

Unit-I (इकाई-I)

7. (a) State and prove generalised Pigeonhole principle.
व्यापक कपोत कोष्ठ सिद्धान्त का कथन देकर सिद्ध कीजिए।
- (b) Let $G = \{(0, 1), (S), S(S \rightarrow 11S, S \rightarrow 0)\}$ be a grammar. Find $L(G)$.
मान लीजिए $G = \{(0, 1), (S), S(S \rightarrow 11S, S \rightarrow 0)\}$ एक व्याकरण है। $L(G)$ ज्ञात कीजिए।
8. (a) How many positive integers not exceeding 500 are divisible by 7 or 11?
500 से छोटे या बराबर ऐसे कितने घन पूर्णांक हैं जो 7 या 11 से विभाज्य हैं?
- (b) Prove that the composite of two bijections is a bijection.
सिद्ध कीजिए दो एकैकी आच्छादक फलनों का संयुक्त फलन भी एकैकी आच्छादक होता है।

Unit-II (इकाई-II)

9. (a) A and B take turns in throwing two dice and the person who throws 9 first in to be awarded a prize. Show that If A has the first turn, their chances of winning the prize are in the ratio 9:8.
A तथा B बारी-बारी से दो पासे फेंकते हैं, जिनमें 9 पहले फेंकने वाले को पुरस्कार दिया जाता है। प्रदर्शित कीजिए कि यदि A को प्रथम अवसर दिया जाए तो उसके द्वारा पुरस्कार जीतने की प्रायिकता का अनुपात 9:8 है।
- (b) There are 6 white, 4 blue and 5 green balls in a bag. In how many ways the balls are drawn :
एक थैले में 6 सफेद, 4 नीली तथा 5 हरी गेंदें हैं। थैले में से गेंदें कितनी प्रकार से निकाली जा सकती हैं:
- (i) any four balls (ii) three white balls
(iii) Two white and one blue ball (iv) one ball of each colour.
- (i) कोई चार गेंदें (ii) तीन सफेद गेंदें
(iii) दो सफेद तथा एक नीली गेंद (iv) प्रत्येक रंग की एक-एक गेंद
10. (a) Prove that a finite connected graph is Eulerian if and only if each vertex has even degree.
सिद्ध कीजिए कि परिमित सम्बद्ध आलेख आयलेरिन है यदि और केवल यदि प्रत्येक शीर्ष सम घात का है।
- (b) If T is binary tree with n vertices and of height h, then prove that :

यदि द्विआधारी वृक्ष (ट्री) T में n शीर्ष तथा ऊँचाई h है, तब सिद्ध कीजिए:

$$(h + 1) \leq n \leq 2(2^{h+1} - 1)$$

Unit-III (इकाई-III)

11. (a) Construct a finite automation M which will accept precisely those strings in i_1 and i_2 which have an even number of i's.

एक परिमित स्वाचलन M का निर्माण कीजिए जो i_1 तथा i_2 की वे श्रृंखलाएँ स्वीकार करेगा जिनमें सम संख्या में i हो।

(b) Prove that following tautologies :

निम्नलिखित पुनरुक्तियों को सिद्ध कीजिए:

$$(i) p \Rightarrow (\sim p) \Leftrightarrow \sim p \quad (ii) \{(p \Leftrightarrow q) \wedge p\} \Rightarrow q$$

12. (a) Show that for any elements a, b, c in a distributive lattice :

प्रदर्शित कीजिए कि एक बंटनीय जालक में किन्हीं अवयवों a, b, c के लिए:

$$(a \vee b) \wedge c \leq a \vee (b \wedge c)$$

(b) Discuss the possible circuits of three switches x, y and z.

तीन स्विचों x, y तथा z के सम्भावित परिपथों की विवेचना कीजिए।