

# MATHEMATICS

## Paper- II : Differential Equations

Time : Three Hours

M.M. : 75/66

Part-A (Compulsory)

[Marks : 15]

भाग- अ ( अनिवार्य )

1. Find the complementary function of the following differential equation.

निम्नलिखित अवकलन समीकरण का पूरक फलन ज्ञात कीजिए -

$$(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

2. Explain the geometric meaning of  $\frac{dx}{P} = \frac{dy}{Q} = \frac{dz}{R}$

$\frac{dx}{P} = \frac{dy}{Q} = \frac{dz}{R}$  का ज्यामितिय अर्थ समझाइये।

3. Write the first integral of the following differential equation.

निम्नलिखित अवकल समीकरण का प्रथम समाकल लिखिये-

$$f\left(\frac{d^ny}{dx^n}, \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}, \dots, \frac{dy}{dx}, y\right) = \phi(x)$$

4. Write the necessary condition for integrability of the following total differential equation. निम्नलिखित सम्पूर्ण अवकल समीकरण की समाकलनीयता के लिए आवश्यक शर्त लिखिए।

$$P(x,y,z) dx + Q(x,y,z) dy + R(x,y,z) dz = 0$$

5. Find (ज्ञात कीजिए) -  $L\left\{t^{-\frac{1}{2}}\right\}$

6. Find (ज्ञात कीजिए) -  $L^{-1}\left\{\frac{4}{p^2 - 6p + 10}\right\}$

7. Write Legendre's differential equation of order unity and find its singular points. इकाई कोटि की लिजान्दे अवकल समीकरण लिखिये तथा इसके विचित्र बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए।

8. Solve (हल कीजिए) -  $r = 6x$ .

9. Classify the following partial differential equation-  
निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण का वर्गीकरण कीजिए-

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

10. Find the complementary function of the following partial differential equation. निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण का पूरक फलन ज्ञात कीजिए-

$$r + 5s + 6t = (y - 2x)^{-1}$$

**Part B**

11. Solve (ज्ञात कीजिए) -

5x3= 15

$$\frac{dx}{x(y^2 - z^2)} = \frac{dy}{-y(z^2 + x^2)} = \frac{dz}{z(x^2 + y^2)}$$

12. Solve (हल कीजिए) -  $\frac{d^4 y}{dx^4} = x$

13. Solve (हल कीजिए) -

$Y''(t) + Y(t) = 0$  given that (दिया है)  $Y(0) = 1$  and (और)  $Y'(0) = 1$

14. Solve (हल कीजिए) -  $DD'(D - 2D' - 3)z = 0$

15. Solve (हल कीजिए) -  $yt - q = xy$

**Part -C**

### Unit - I

16. (a) Solve (हल कीजिए) – 9

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \frac{dy}{dt} = 2x + 2t \qquad \frac{dx}{dt} + \frac{4dy}{dt} = 3y$$

- (b) Solve (हल कीजिए) – 6

$y^3 \frac{d^2y}{dx^2} = a$  given (हल कीजिए)  $y = \sqrt{a}$  and  $y' = 0$  when  
(जब)  $x = 0$

OR

16. (a) Solve by the method of variation of parameters- 9  
प्राचल विचरण विधि से हल कीजिए –

$$\frac{d^2y}{dx^2} - y = e^{-2x} \sin e^{-x}$$

- (b) Solve that  $xP + yQ + zR = C$  is the solution of  $Pdx + Qdy + Rdz = 0$  when the equation is exact and homogeneous of degree  $n = -1$ . 6  
प्रदर्शित कीजिए की यथार्थ तथा  $n = -1$  घात की समघात समीकरण  $Pdx + Qdy + Rdz = 0$  का हल  $xP + yQ + zR = C$  होता है।

### Unit - II

17. (a) Write Bessel's differential equation of order two and find its series solution. बेसल की दो कोटि का अवकल समीकरण लिखिये तथा इसका श्रेणी हल ज्ञात कीजिए।

- (b) If (यदि)  $L\{f(x)\} = F(p)$  and (और)

$$g(x) = \begin{cases} f(x-a), & x > a \\ 0, & x < a, \end{cases} \text{ then prove that (तो सिद्ध कीजिए)}$$

$$L\{g(x)\} = e^{-ap} F(p). \qquad 4$$

OR

17. (a) Find (ज्ञात कीजिए) 7

$$L^{-1} \left\{ \frac{p^2}{(p^2 + a^2)(p^2 + b^2)} \right\}$$

- (b) Solve (हल कीजिए) 8

$$ty'(t) + y'(t) + ty(t) = 0; \text{ if } Y(0) = 1.$$

### Unit- III

18. (a) Find the particular integral of the following partial differential equation - निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण का विशिष्ट समाकलन ज्ञात कीजिए – 7

$$r + 5s + 6t = (y - 2x)^{-1}$$

---

(b) Solve (हल कीजिए)

8

$$\frac{1}{x^2} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{1}{x^3} \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{y^2} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \frac{1}{y^3} \frac{\partial z}{\partial y}$$

OR

18. (a) Solve (हल कीजिए)

6

$$p^2 + q^2 - 2px - 2qy + 1 = 0.$$

(b) Solve (हल कीजिए)  $r + Ka^2t - 2as = 0.$

9

---