
MATHEMATICS

Paper- III (b) : Optimization Techniques and Statistics

Time : Three Hours

M.M. : 75/66

Part-A (Compulsory)

[Marks : 15]

भाग- अ (अनिवार्य)

1. Define linear combination of vectors.
सदिशों के एक घात संचय को परिभाषित कीजिये।
 2. Define basis set. आधार समुच्चय को परिभाषित कीजिये।
-

3. Define basic feasible solution of a L.P.P.
रैखिक प्रोग्रामन समस्या के आधारी सुसंगत हल को परिभाषित कीजिये।
4. Define hyperplane. अधिसमतल की परिभाषा लिखिये।
5. Define principle of duality in a L.P.P.
रैखिक प्रोग्रामन समस्या में द्वैतता के सिद्धांत को लिखिये।
6. What is zero assignment? Explain. शून्य नियतन क्या है? समझाइये।
7. Write difference between transportation and assignment problems.
परिवहन और नियतन समस्याओं में अन्तर लिखिये।
8. Define moment generating function of a distribution.
किसी बंटन के आघूर्ण जनक फलन को परिभाषित कीजिये।
9. Write uses of Binomial distribution. द्विपद बंटने के उपयोग लिखिये।
10. Define standard normal variate. मानक प्रसामान्य विचर को परिभाषित कीजिये।

Part -B (भाग - ब)

11. Prove that the set of all convex combination of a finite number of points x_1, x_2, \dots, x_n is a convex set. सिद्ध कीजिये कि परिमित बिन्दुओं x_1, x_2, \dots, x_n के सभी अवमुख संचयों का समुच्चय एक अवमुख समुच्चय होता है।
12. Find the dual problem of the following linear programming problem.
निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या की द्वैती लिखिये:

$$\begin{aligned} \text{Min. } & Z = x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ \text{S.t. } & 3x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 7 \\ & 2x_1 - 4x_2 \geq 12 \\ & -4x_1 + 3x_2 + 8x_3 = 10 \end{aligned}$$

and $x_1, x_2 \geq 0$ is unrestricted in sign.

और $x_3 \geq 0$ चिन्ह में अप्रतिबन्धित है।

13. There are five jobs to be assigned, one each of five machines and the associated cost matrix is as follows. Solve the following minimum cost assignment problem.

पाँच मशीनों पर पाँच कार्य (प्रत्येक को एक-एक) निर्दिष्ट करने हैं। सम्बन्धित लागत मैट्रिक्स निम्न है। न्यूनतम निर्दिष्टीकरण समस्या को हल कीजिये।

	Machines				
Jobs	I	II	III	IV	V
A	11	17	8	16	20
B	9	7	12	6	15
C	13	16	15	12	16
D	21	24	17	28	26
E	14	10	12	11	15

14. A man can kill a bird once in three shots. With this assumption, he fires three shots, what is the probability that the bird is killed?

एक आदमी एक पक्षी को तीन निशानों में एक बार मार सकता है। यदि वह तीन निशाने

दागता हो, तो पक्षी के मरने की प्रायिकता क्या होगी ?

15. Find first three moments (about mean) of the Binomial distribution.
द्विपद बंटन के माध्य के सापेक्ष प्रथम तीन आघूर्ण ज्ञात कीजिये।

Part-C (भाग-स)

Unit-I (इकाई-I)

16. (a) Show that the following set is convex set.

प्रदर्शित कीजिये कि निम्न समुच्चय अवमुख समुच्चय है :

$$S = \{x : x = (x_1, x_2, x_3), x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 1\}$$

- (b) Solve the following L.P.P.

निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिये।

Max. (अधिकतम) $Z = 5x_1 + 3x_2$

S.t. (प्रतिबन्ध) $3x_1 + 5x_2 \leq 15$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 10$$

and (तथा) $x_1, x_2 \geq 0$

17. Solve the following L.P.P. by two phase method :

दो फेज विधि से निम्न L.P.P. को हल कीजिये:

Min. (न्यूनतम) $Z = 2x_1 + 9x_2 + x_3$

S.t. (प्रतिबन्ध) $x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 5$

$$3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 4$$

and (तथा) $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Unit-II (इकाई-II)

18. (a) Prove that the dual of the dual of a primal problem is again a primal problem.

किसी आद्य समस्या की द्वैती की द्वैती पुनः आद्य समस्या होती है। सिद्ध कीजिये।

- (b) Solve the following transportation problem.

निम्न परिवहन समस्या को हल कीजिये:

	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	
Q ₁	1	2	1	4	30
Q ₂	3	3		1	50
Q ₃	4	2	5	9	20
	20	40	30	10	100

19. Solve the following L.P.P.

निम्न L.P.P. को हल कीजिये:

Max. (अधिकतम)

$$Z = 5x_1 + 3x_2$$

S.t. (प्रतिबंध)

$$x_1 + x_2 \leq 2$$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$3x_1 + 8x_2 \leq 12$$

and (तथा)

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Unit-III (इकाई-III)

20. (a) A man has two coins of one rupee and four coins of fifty paise in his pocket. He takes out two coins at random from his pocket and gives one coin to his son. Find the expectation of his son.

एक आदमी की जेब में दो सिक्के एक रुपये के और चार सिक्के पचास पैसे के हैं। वह जेब से दो सिक्के यादृच्छया निकालकर अपने पुत्र को एक सिक्का देता है। उसके पुत्र की प्रत्याशा ज्ञात कीजिये।

- (b) Fit a poisson distribution to the following data:

निम्न आंकड़ों के लिए प्वासों बंटन का समंजन कीजिये:

x	f
0	142
1	156
2	69
3	27
4	5
5	1

21. (a) Find the moment generating function of the normal distribution प्रसामान्य बंटन का आघूर्ण जनक फलन ज्ञात कीजिये।

- (b) If x is a normal variate with mean = 30 and S.D. = 5, find the probability of the following:

यदि x एक प्रसामान्य विचर हो जिसका माध्य = 30 तथा मानक विचलन S.D. = 5 हो, तो निम्न प्रायिकताएँ ज्ञात कीजिये।

(i) $26 \leq x \leq 40$

(ii) $x \geq 45$

Where (जहाँ) $P(0 \leq z \leq 1) = 0.3413$.