

WHERE C IS THE RECTANGLE WITH VERICES (0, 0), (1, 0), (1, 1), (0, 1)

B. Sc. / B. A. (Part-I) MATHEMATICS, 2013

Algebra and Co-ordinate Geometry of Two Dimensions

T. 3 H.

First Paper

M. M. 75

भाग-अ Part-A. (i) किसी मैट्रिक्स A के अभिलाक्षणिक समीकरण एवं अभिलाक्षणिक मूलों की परिभाषा दीजिए। Define the characteristic equation and characteristic roots of a matrix A.

(ii) यदि p_n/q_n किसी वितत भिन्न का n वां अभिसरक हो तो $p_n q_{n-1} - p_{n-1} q_n$ का मान क्या होगा? What is the value of $p_n q_{n-1} - p_{n-1} q_n$, where p_n/q_n is the n^{th} convergent of a continued fraction?

(iii) गुणनखण्ड प्रमेय का कथन लिखिये। State the factor theorem.

(iv) वह प्रतिबन्ध ज्ञात करो कि त्रिघात समीकरण $x^3 - Px^2 + qx - r = 0$ के मूल गुणोत्तर श्रेणी में हों। Find the condition that the roots of the cubic equation $x^3 - Px^2 + qx - r = 0$ are in G.P.

(v) वायस्ट्रास M-परीक्षण का कथन लिखिए। Write Weierstrass M-test statement.

(vi) गॉस परीक्षण का कथन लिखिए। Write the statement of Gauss test.

(vii) शांकव पर स्थित दो बिन्दुओं को मिलाने वाली जीवा का ध्रुवी समीकरण लिखिए।

Write down equation of the chord joining two points on a conic.

(viii) शांकव $\ell = 1 + e \cos \theta$ के अनन्तस्पर्शी का समीकरण लिखो।

Write the equation of asymptotes to the conic $\ell = 1 + e \cos \theta$.

(ix) समीकरण $13x^3 - 18xy + 37y^2 + 2x + 14y - 2 = 0$ कौनसे शांकव को निरूपित करता है? What conic does equation $13x^3 - 18xy + 37y^2 + 2x + 14y - 2 = 0$ represents?

(x) शांकव $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ के अनन्तस्पर्शी का समीकरण लिखें।

Write the equation of asymptotes to the conic $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$.

भाग-ब इकाई I. 1. (अ) यदि $s = a_1 + a_2 + \dots + a_n$, सिद्ध कीजिए:

If $s = a_1 + a_2 + \dots + a_n$, prove that:

$$\frac{s}{s-a_1} + \frac{s}{s-a_2} + \dots + \frac{s}{s-a_n} > \frac{n^2}{n-1}$$

अथवा / OR

(ब) यदि $if x = a + \frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \dots$ तथा $and y = b + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \dots$;

सिद्ध कीजिए : Prove that:

$$(ab^2 + a + b)x - (a^2b + a + b)y = a^2 - b^2.$$

इकाई II. 2. (अ) यदि α, β, γ समीकरण $x^3 + qx + r = 0$ के मूल हो तो

$$\sum \left(\frac{2\beta, \gamma - \alpha^2}{\beta + \gamma - \alpha} \right) \text{ का मान ज्ञात कीजिए।}$$

If α, β, γ are the roots of the equation $x^3 + qx + r = 0$, find the value of

$$\sum \left(\frac{2\beta, \gamma - \alpha^2}{\beta + \gamma - \alpha} \right)$$

अथवा / OR

(ब) कार्डन विधि से समीकरण $x^3 - 15x - 126 = 0$ को हल करो।

Solve by Cardon's method:

$$x^3 - 15x - 126 = 0$$

इकाई III. 3. (अ) श्रेणी जिसका व्यापक पद $u_n = \left[\frac{(n+1)^{n+1}}{n^{n+1}} - \frac{n+1}{n} \right]^n$

है, के अपसरण की जाँच कीजिए। Test the convergence of the series with general term:

$$u_n = \left[\frac{(n+1)^{n+1}}{n^{n+1}} - \frac{n+1}{n} \right]^n$$

अथवा / OR

(ब) श्रेणी $\frac{1^2}{2^2} + \frac{1^2 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 4^2} + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} + \dots$ के अभिसरण का परीक्षण कीजिए।

Test the convergence of the series:

$$\frac{1^2}{2^2} + \frac{1^2 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 4^2} + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} + \dots$$

इकाई IV. 4. (अ) सिद्ध कीजिए कि रेखा $\ell = A \cos \theta + B \sin \theta$ शांकव $\frac{\ell}{r} = 1 + e \cos \theta$

को स्पर्श करेगी, यदि $(A - e)^2 + B^2 = 1$

Prove that the line $\ell = A \cos \theta + B \sin \theta$ will touch the conic $\frac{\ell}{r} = 1 + e \cos \theta$

if $(A - e)^2 + B^2 = 1$.

(ब) सिद्ध करो कि शांकव $\ell = 1 + e \cos \theta$ के नियामक वृत्त का समीकरण

$$r^2(1 - e^2) + 2e/r \cos \theta - 2e^2 = 0 \text{ होगा।}$$

Prove that the equation of the director circle of the conic.

$$\ell = 1 + e \cos \theta \text{ is } r^2(1 - e^2) + 2e/r \cos \theta - 2e^2 = 0.$$

इकाई V. 5. (अ) परवलय $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (bx + ay - ab)^2$ के नाभिलम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए। Find the length of the latus rectum of the parabola.

(ब) शांकव $2x^2 + 5xy + 2y^2 - 1 = 0$ के अक्षों का समीकरण तथा लम्बाई ज्ञात कीजिए। Find the equation and length of axes of the conic $2x^2 + 5xy + 2y^2 - 1 = 0$

भाग-स 1. मेट्रिक्स के अभिलाक्षणिक मूल्य तथा संगत अभिलाक्षणिक सदिश ज्ञात कीजिए। Find eigen values and corresponding eigen vectors of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -6 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

2. फेरारी विधि से निम्न समीकरण का हल ज्ञात कीजिए। Solve the following equation by Ferrari's method: $x^4 - 4x^3 - 4x^2 - 24x + 15 = 0$.

3. डीमार्गन-बेट्रान्ड परीक्षण का कथन लिखिये तथा श्रेणी के अभिसरण का परीक्षण कीजिए। State De-Morgan-Betrand's test and test the convergence of the

8 / B. A. / B. Sc. (Part-I) MATHEMATICS

series: $\left(\frac{1}{2.4}\right)^p + \left(\frac{1.3}{2.4.6}\right)^p + \left(\frac{1.3.5}{2.4.6.8}\right)^p + \dots$

4. शांकव $r = 1 + e \cos \theta$ के नाभिलम्ब के एक सिरे L पर अभिलम्ब, पुनः शांकव को बिन्दु Q पर मिलता है, प्रदर्शित कीजिए कि : If the normal at L, one of the extremities of the latus rectum of the conic $r = 1 + e \cos \theta$ meets the curve again at Q, show that : $SQ = \frac{(1 + 3e^2 + e^4)}{(1 + e^2 - e^4)}$

5. शांकव $14x^2 - 24xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$ का अनुरेखण कीजिए । इसके नाभि, उत्केन्द्रता तथा नाभिलम्ब की लम्बाई ज्ञात करो । Trace the conic $14x^2 - 24xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$. Also find the focus, eccentricity and length of latus rectum.

M M 75