

B. Sc. / B. A. (Part-I) MATHEMATICS, 2014

Algebra and Co-ordinate Geometry of Two Dimensions

T. 3 H.

First Paper

M. M. 75

भाग-अ Part-A. (i) यदि a, b धनात्मक और असमान राशियाँ हैं तो सिद्ध कीजिए कि :

If a, b are positive unequal quantities, prove that : $a^3 + b^3 > a^2b + ab^2$.

(ii) केली-हेमिल्टन प्रमेय का कथन लिखिए । State Cayley-Hamilton theorem.

(iii) प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए कि समीकरण $ax^3 + 3bx^2 + 3cx + d = 0$ के मूल गु. श्रे. में हों ।

Find the condition that the roots of the equation are in G.P.

(iv) समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल समीकरण $x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2 = 0$ के संगत मूलों से 3 कम हैं । Find the equation whose roots are equal to the roots of $x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2 = 0$, each diminished by 3.

(v) एकान्तर श्रेणी के लिए लेबनीज का परीक्षण का कथन कीजिए ।

State Leibnitz's test for alternating series.

(vi) दालेम्बर का अनुपात परीक्षण का कथन कीजिए । State d'Alembert's ratio test.

(vii) शांकव $\frac{r}{r} = 1 + e \cos \theta$ के लिए बिन्दु $P(\alpha)$ पर स्पर्श रेखा का समीकरण लिखिए ।

Write the equation of tangent at $P(\alpha)$ to the conic $\frac{r}{r} = 1 + e \cos \theta$.

(viii) शांकव $\frac{r}{r} = 1 + e \cos \theta$ पर स्थित दो बिन्दुओं को मिलाने वाली जीवा का ध्रुवी

समीकरण लिखिए । Write the polar equation of the chord joining two

points on a conic $\frac{r}{r} = 1 + e \cos \theta$.

(ix) समीकरण $y^2 - xy + 2x^2 - 5y + x - 6 = 0$ कौन से शांकव को निरूपित करता है ?

What conic does equation $y^2 - xy + 2x^2 - 5y + x - 6 = 0$ represents ?

(x) शांकव $2x^2 + 3xy + 2y^2 + 5x + 2y - 2 = 0$ की अक्षों की लम्बाइयाँ ज्ञात कीजिए। Find the length of the axes of the conic $2x^2 + 3xy + 2y^2 + 5x + 2y - 2 = 0$.

भाग-ब इकाई I. 1. सिद्ध कीजिए कि : Prove that :

$$\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^{a+b+c} < a^a b^b c^c < \left(\frac{a^2+b^2+c^2}{a+b+c}\right)^{a+b+c}$$

जहाँ a, b, c धन पूर्णांक हैं। Where a, b, c are positive integers.

अथवा / OR

(ब) यदि if $x = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \dots$ तथा / and $y = \frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{c} + \frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{c} + \dots$

तो सिद्ध कीजिए कि : then prove that : $x - y = \frac{b-a}{1+ab}$

इकाई II. 3. (अ) यदि समीकरण $x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$ के मूल ह.श्रे. में हो, तो प्रदर्शित कीजिए कि $2q^3 = r(3pq - r)$ । if the roots of $x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$ are H.P. show that $2q^3 = r(3pq - r)$.

अथवा / OR

(ब) फेरारी विधि से निम्न समीकरण का हल ज्ञात कीजिए।

Solve the following equation by Ferrari's method :

$$x^4 - 2x^2 + 8x - 3 = 0.$$

इकाई III. 4. (अ) श्रेणी की जाँच कीजिए। Test the series

$$\frac{14}{1^3} + \frac{24}{2^3} + \frac{34}{3^3} + \dots + \frac{10n+4}{n^3} + \dots$$

अथवा / OR

(ब) श्रेणी जिसका व्यापक पद $\frac{(n+1)x^n}{n^3}$ है के अभिसरण का परीक्षण कीजिए।

Test the convergence of the series whose n^{th} term is $\frac{(n+1)x^n}{n^3}$

इकाई IV. 4. (अ) शांकव का ध्रुवी समीकरण ज्ञात कीजिए जबकि ध्रुव शांकव की नाभि पर स्थित हो। Find the polar equation of a conic, the focus being the pole.

अथवा / OR

(ब) सिद्ध कीजिए कि किसी शांकव $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ में किन्हीं दो लम्बवत् नाभीय

जीवा के व्युत्क्रम का जोड़ अचर होता है। In a conic $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$, prove that sum of the reciprocal of two perpendicular focal chords is constant.

इकाई V. 6. (अ) अतिपरवलय का अनन्तस्पर्शी तथा संयुग्मी अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए। Find the asymptotes and equation of the conjugate hyperbola of the hyperbola. $6x^2 - 7xy - 3y^2 - 2x - 8y - 6 = 0$.

अथवा / OR

(ब) शांकव $8x^2 - 4xy + 5y^2 - 16x - 14y + 17 = 0$ के अक्षों की समीकरण तथा लम्बाइयाँ ज्ञात कीजिए। Find the equation and the lengths of the axes of the conic $8x^2 - 4xy + 5y^2 - 16x - 14y + 17 = 0$.

भाग-स 7. मैट्रिक्स A का अभिलाक्षणिक समीकरण ज्ञात कीजिए तथा सिद्ध कीजिए कि यह A द्वारा सन्तुष्ट होती है तथा कैले-हैमिल्टन प्रमेय की सहायता से मैट्रिक्स A का व्युत्क्रमणीय ज्ञात कीजिए। Find the characteristic equation of the matrix A and verify that it is satisfied by A. Also find the inverse of matrix A with the help of Cayley-Hamilton theorem. जहाँ / where :

14 / B. A. / B. Sc. (Part-I) MATHEMATICS

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

8. त्रिघात समीकरण को कार्डन विधि से हल कीजिए। $x^3 - 3x + 1 = 0$.

Solve the cubic equation by Cardon's method: $x^3 - 3x + 1 = 0$.

9. श्रेणी के अभिसरण की जाँच कीजिए। Test for convergence the series:

$$1 + \frac{3}{7}x + \frac{3.6}{7.10}x^2 + \frac{3.6.9}{7.10.13}x^3 + \frac{3.6.9.12}{7.10.13.16}x^4 + \dots$$

10. बिन्दु $P(r_1, \theta_1)$ से शंकव $r = \frac{1}{r} + e \cos \theta$ पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की स्पर्श जीवा का ध्रुवी समीकरण ज्ञात कीजिए। Find the polar equation of the chord of contact of tangents drawn from the point $P(r_1, \theta_1)$ to the conic $r = \frac{1}{r} + e \cos \theta$

11. शंकव $x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 1 = 0$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the conic $x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 1 = 0$.