

B. Sc. / B. A. (Part-I) MATHEMATICS, 2015
Algebra and Co-ordinate Geometry of Two Dimensions
T. 3 H. First Paper M. M. 75

T. 3 H.

भाग-अ Part-A. (i) यदि a, b, c धनात्मक राशियाँ हैं तो सिद्ध कीजिए कि : $a^2 + b^2 + c^2 > bc + ca + ab$.

If a, b, c are positive quantities, prove that : $a^2 + b^2 + c^2 > bc + ca + ab$.

(ii) $\sqrt{21}$ को वितत भिन्न में रूपान्तरित कीजिए। Convert $\sqrt{21}$ into continued fraction.

(iii) समीकरण और सर्वसमिका को परिभाषित कीजिए। Define equation and identity.

(iv) यदि α, β, γ समीकरण $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ के मूल हैं तो $\sum \alpha^2 \beta^2$ का मान ज्ञात कीजिए। If α, β, γ be the roots of the equation $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ find the value of $\sum \alpha^2 \beta^2$.

(v) कोशी का मूल परीक्षण का कथन कीजिए। State Cauchy's Root test.

(vi) कोशी सघनन परीक्षण का कथन कीजिए। State Cauchy's condensation test.

(vii) सहायक वृत्त को परिभाषित कीजिए तथा शांकव $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ के सहायक वृत्त का समीकरण लिखिए। Define Auxilary circle and write the equation of auxilary circle of conic $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$.

(viii) शांकव $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ के किसी बिन्दु पर अभिलम्ब का समीकरण लिखिए।

Write the equation of the normal at any point of a conic

$$\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta.$$

(ix) शांकव परिच्छेद को परिभाषित कीजिए। Define Conic section.

(x) शांकव $2x^2 + 3xy + 2y^2 + 5x + 2y - 2 = 0$ की अक्षों की लम्बाइयाँ ज्ञात कीजिए ?

Find the lengths of the axes of the conic $2x^2 + 3xy + 2y^2 + 5x + 2y - 2 = 0$.

भाग-ब इकाई I. 1. सिद्ध कीजिए कि : Prove that :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} < \frac{x^8 + y^8 + z^8}{x^3 y^3 z^3}$$

अथवा / OR

(ब) यदि वितत भिन्न में $V_n = \frac{p_n}{q_n}$, if, in the continued fraction $V_n = \frac{p_n}{q_n}$

तो सिद्ध करें कि : show that : $\frac{(V_{n+1} - V_n)(V_{n-1} - V_{n-2})}{(V_{n+1} - V_n)(V_n - V_{n-2})} + \frac{1}{a_n a_{n+1}} = 0$.

इकाई II. 3. (अ) प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए कि समीकरण $ax^4 + 4bx^3 + 6cx^2 + 4dx + e = 0$ के मूल युग्मों में समान हैं।

Find the condition that the equation $ax^4 + 4bx^3 + 6cx^2 + 4dx + e = 0$ have its roots equal in pairs.

अथवा / OR

(ब) समीकरण $x^3 + 6x^2 - 12x + 32 = 0$ को कार्डन विधि से हल कीजिए।

Solve the equation $x^3 + 6x^2 - 12x + 32 = 0$ by Cardon's method.

इकाई III. 4. (अ) व्यापक पद $\sqrt[3]{(n^3+1)} - n$ वाली श्रेणी के अभिसरण का परीक्षण कीजिए। Examine the convergence of the series whose general term is $\sqrt[3]{(n^3+1)} - n$

अथवा / OR

2 / B. A. / B. Sc. (Part-I) MATHEMATICS, 2015

(ब) निम्न श्रेणी के अभिसरण की जाँच कीजिए: Test the convergence of the following series :

$$\frac{(\log 2)^2}{2^2} + \frac{(\log 3)^2}{3^2} + \frac{(\log 4)^2}{4^2} + \dots + \frac{(\log n)^2}{n^2} + \dots$$

इकाई IV. 5. (अ) प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए जबकि सरल रेखा $\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$

वृत्त $r = 2a \cos \theta$ को स्पर्श करें। Find the condition that the straight line

$\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$ may touch the circle $r = 2a \cos \theta$ अथवा / OR

(ब) बिन्दु $P(r_1, \theta_1)$ से शांकव $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की स्पर्श जीवा का ध्रुवी समीकरण ज्ञात कीजिए। Find the polar equation of the chord of contact of tangents drawn from the point $P(r_1, \theta_1)$ to the conic $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$.

इकाई V.6. (अ) परवलय के नाभिलम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Find the length of the latus rectum of the parabola

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (bx + ay - ab)^2.$$

अथवा / OR

(ब) शांकव $17x^2 - 12xy + 8y^2 + 46x - 28y + 17 = 0$ का केन्द्र ज्ञात कीजिए।

Find the centre of the conic $17x^2 - 12xy + 8y^2 + 46x - 28y + 17 = 0$.

भाग-स 7. मैट्रिक्स A के लिए कैले-हैमिल्टन प्रमेय की पुष्टि कीजिए तथा $2A^8 - 3A^5 + A^4 + A^2 - 4I$ की गणना कीजिए। Verify Cayley-Hamilton theorem for the following matrix A and compute $2A^8 - 3A^5 + A^4 + A^2 - 4I$ जहाँ / where :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

8. फेरारी विधि से निम्न समीकरण का हल ज्ञात कीजिए $-x^4 - 3x^2 - 6x - 2 = 0$.

Solve the following equation by Ferrari's method: $x^4 - 3x^2 - 6x - 2 = 0$.

9. श्रेणी के अभिसरण तथा निरपेक्ष अभिसरण की जाँच कीजिए।

Test the convergence and absolute convergence of the series:

$$1 - \frac{1}{2^p} + \frac{1}{3^p} - \frac{1}{4^p} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n^p} + \dots$$

10. प्रदर्शित कीजिए कि शांकव $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ की दो लम्बवत् स्पर्श रेखाओं के

प्रतिच्छेद बिन्दु के बिन्दुपथ होगा। Show that the equation of the locus of the

points of intersection of tangents to $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$, which are at right

angle to one other is $r^2(1 - e^2) + 2elr \cos \theta - 2l^2 = 0$.

11. शांकव $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 2x + 14y + 1 = 0$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the conic $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 2x + 14y + 1 = 0$.