

B. A. / B. Sc. (Part I) MATHEMATICS, 2016
Algebra and Co-ordinate Geometry of Two Dimensions

T. 3 H.

First Paper

M. M. 75

भाग अ PART A (i) यदि a_1 एवं a_2 धनात्मक राशियाँ हैं तो सिद्ध कीजिए कि-

If a_1 and a_2 are positive quantities, then prove that $(1+a_1)(1+a_2) > 1+a_1+a_2$.

(ii) 251/802 को विततमित्त में रूपान्तरित कीजिए।

Convert 251/802 into continued fraction.

(iii) वाक्य को पूरा कीजिए :- Complete the sentence :

विषम कोटि के बीजगणितीय समीकरण का कम से कम.....मूल वास्तविक होता है।

Every algebraic equation of odd degree has at least.....real root.

(iv) यदि α, β, γ समीकरण $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ मूल हों तो-

If α, β, γ are the roots of $x^3 - px^2 + qx - r = 0$.

then find the value of $\frac{1}{\alpha^2 \beta^2} + \frac{1}{\beta^2 r^2} + \frac{1}{r^2 \alpha^2}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(v) श्रेणियों के अभिसरण की जाँच का तुलनात्मक परीक्षण का कथन कीजिए।

State the comparison test for the convergency of series.

(vi) श्रेणियों के अभिसरण की जाँच का लघुगणकीय अनुपात परीक्षण का कथन कीजिए।

State the Logarithmic ratio test for the convergency of series.

(vii) दो बिन्दुओं से गुजरने वाली रेखा का ध्रुवीय समीकरण लिखिए।

Write the polar equation of a straight line passing through two points.

(viii) शांकव के लिए नियता का समीकरण लिखिए।

Write the equation of directrix for the conic $\frac{l}{r} = 1 + e \cos(\theta - \alpha)$

(ix) वह प्रतिबन्ध लिखिए ताकि Write the condition so that :

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

दो समान्तर सरल रेखाएँ प्रदर्शित करें। may represent two parallel straight lines.

(x) समीकरण $(x^2 - a^2)^2 + (y^2 - a^2)^2 = a^4$ क्या प्रदर्शित करता है ?

The equation $(x^2 - a^2)^2 + (y^2 - a^2)^2 = a^4$ represents what ?

भाग ब PART B इकाई I. 1. (अ) यदि $a^2 + b^2 + c^2 = 1$, तब दर्शाइए $(bc+ca+ab) \leq 1$

If $a^2 + b^2 + c^2 = 1$, then show that $(bc+ca+ab) \leq 1$

अथवा / OR

(ब) यदि किसी वितत भिन्न का n वाँ अभिसरण p_n/q_n हो तो सिद्ध कीजिए कि

If p_n/q_n be the n th convergent to a continued fraction, then prove that

$$p_n \cdot q_{n-1} - p_{n-1} \cdot q_n = (-1)^n$$

इकाई II. 2. (अ) प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए कि समीकरण $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ के मूलों

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ में $\alpha\beta = \gamma\delta$ सम्बन्ध हो। Find the condition so that the roots $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ of

equation $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ may have the relation $\alpha\beta = \gamma\delta$ अथवा / OR

(ब) समीकरण $x^4 - 3x^2 - 42x - 40 = 0$ को दकार्टेज विधि द्वारा हल कीजिए।

Solve the equation $x^4 - 3x^2 - 42x - 40 = 0$ by Descartes's method.

इकाई III. 3. (अ) व्यापक पद वाली श्रेणी के अभिसरण का परीक्षण कीजिए।

Examine the convergence of the series whose general term is

$$\left[\sqrt{n^2+1} - n \right]$$

अथवा / OR

(ब) निम्न श्रेणी के अभिसरण की जाँच कीजिए ।

Test the convergence of the series :

$$\frac{1}{2\sqrt{1}} + \frac{x^2}{3\sqrt{2}} + \frac{x^4}{4\sqrt{3}} + \frac{x^6}{5\sqrt{4}} + \dots \text{to } \infty \text{ पद}$$

इकाई IV. 4. (अ) प्रदर्शित कीजिए कि समीकरण Show that the equations

$$\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta \text{ तथा } \frac{l}{r} = -1 + e \cos \theta$$

एक ही शांकन को निरूपित करते हैं । represent the same conic. अथवा / OR

(ब) सिद्ध करो कि किसी शांकव In any conic $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$

में किन्हीं दो लम्बवत् नाभीय जीवा के व्युत्क्रम का जोड़ अचर होता है ।

Prove that the reciprocal of two perpendicular focal chords is constant.

इकाई V. 5. (अ) शांकव $x^2 - 3xy + y^2 + 10x - 10y + 21 = 0$ का केन्द्र ज्ञात कीजिए ।

Find the centre of the conic $x^2 - 3xy + y^2 + 10x - 10y + 21 = 0$. अथवा / OR

(ब) वक्र $14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$ के केन्द्र से गुजरने वाली अक्षों के समान्तर रेखाओं के सापेक्ष वक्र का समीकरण ज्ञात करो ।

Find the equation of the curve $14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$ referred to axes parallel to coordinate axes through the centre.

भाग स PART C 1. Find the characteristics equation of the matrix and hence find the matrix represented by

$$\text{मैट्रिक्स } A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 3 \\ -6 & 7 & -4 \\ 8 & -6 & 2 \end{bmatrix} \text{ की अभिलक्षण समीकरण ज्ञात कीजिए}$$

तथा $A^8 - 11A^7 - 40A^6 + 2A^4 - 22A^3 - 80A^2 + A + I_3$ की गणना कीजिए ।

2. फेरारी विधि से निम्न समीकरण का हल प्राप्त कीजिए । Solve the following equation by Ferreri's method: $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 = 0$

3. निम्न द्विपद प्रमेय के अभिसरण की जाँच कीजिए :

Discuss the convergence of the binomial theorem :

$$1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!} x^2 + \dots + \frac{n(n-1)(n-r+1)}{r!} x^r + \dots$$

यहाँ n एक धनात्मक पूर्णांक नहीं है । when n is not a positive integer.

4. सिद्ध करो कि रेखा Prove that the line $\frac{l}{r} = A \cos \theta + \beta \sin \theta$

शांकन को स्पर्श करेगी will touch the conic $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ यदि / if $(A-e)^2 + \beta^2 = 1$

5. शांकन $9x^2 - 24xy + 16y^2 - 18x - 101y + 19 = 0$ का अनुरेखण कीजिए ।

Trace the conic $9x^2 - 24xy + 16y^2 - 18x - 101y + 19 = 0$.