

**B. A. / B. Sc. (Part I) MATHEMATICS, 2017**

**Algebra and Co-ordinate Geometry of Two Dimensions**

T.3 H.

First Paper

M.M. 75

भाग अ PARTA (i) हर्मिसियन मैट्रिक्स के सभी अभिलाक्षणिक मूल वास्तविक होते हैं।

The characteristics roots of a Hermitian matrix are all real.

(ii) Show that : दिखाइए :

$$P_n q_{n-2} \sim P_{n-2} q_n = an$$

(iii) प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए कि समीकरण  $x^3 - Px^2 + qx - r = 0$  के दो मूल समान परन्तु विपरीत चिन्ह के हों। Find the condition that the equation  $x^3 - Px^2 + qx - r = 0$  may have two roots equal but opposite in sign.

(iv) निम्न समीकरण के भिन्नात्मक गुणांकों का निष्कासन दीजिए।

Remove the fractional coefficients of the following equation :

$$x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x - 1 = 0$$

(v) श्रेणियों के अभिसरण की जाँच का n वां मूल परीक्षण लिखिए।

Write cauchy's n<sup>th</sup> root test for convergence of series.

(vi) प्रदर्शित कीजिए कि निम्न श्रेणी अपसारी है :

Show that the following series is divergent :

$$1 + \frac{2}{5} + \frac{6}{9} + \dots + \frac{2^n - 2}{2^n + 1} + \dots$$

(vii) दो बिन्दुओं के मध्य दूरी ध्रुवीय निर्देशांकों में ज्ञात कीजिए।

Find the distance between two points in polar coordinates.

(viii) दो बिन्दुओं  $A(r_1, \theta_1)$  तथा  $B(r_2, \theta_2)$  को मिलाने वाली रेखा को व्यास मानकर खींचे गए वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए। Find the equation of the circle described on the line joining of the points  $A(r_1, \theta_1)$  and  $B(r_2, \theta_2)$  as diameter.

(ix) शांकव की समीकरण का सरलतम रूप ज्ञात कीजिए।

Find the equation of conic in its simplest form.

(x) शांकव का केन्द्र को परिभाषित कीजिए। Define Centre of the conic.

भाग ब PARTB इकाई I. 1. (अ) गणना कीजिए Calculate :

$$2A^5 - 3A^4 + A^2 - 4I \text{ जहाँ (Where) } A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

अथवा / OR

(ब) दिखाइए : Show that :

$$7 + \frac{1}{14} + \frac{1}{14} + \dots \infty = 5 \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots \infty \right)$$

इकाई II. 2. (अ) प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए जब समीकरण  $ax^3 + 3bx^2 + 3cx + d = 0$  के मूल गुणोत्तर श्रेणी में हैं। Find the condition that the roots of the equation  $ax^3 + 3bx^2 + 3cx + d = 0$  may be in Geometrical Progression. अथवा / OR

(ब) फेरारी विधि से हल कीजिए। Solve by Ferrari's Method :  $x^4 + 12x - 5 = 0$

इकाई III. 3. (अ) जांच कीजिए कि क्या निम्न श्रेणियाँ अभिसारी हैं या अपसारी ?

Examine whether the following series are convergent or divergent ?

2 / B. A. / B. Sc. (Part I) MATHEMATICS, 2017

(i)  $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{1} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{1} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{1} + \dots$

अथवा / OR

(ii)  $\sum \{ \sqrt{(n^3+1)} - \sqrt{n} \}$

(ब) निम्न हाइपर ज्योमितीय श्रेणी के अभिसरण की जांच कीजिए :

Examine the convergence of the following hypergeometric series.

$1 + \frac{a.b}{1.c} x + \frac{a(a+1)b(b+1)}{1.2.c(c+1)} x^2 + \frac{a(a+1)(a+2)b(b+1)(b+2)}{1.2.3.c(c+1)(c+2)} x^3 + \dots$

इकाई IV. 4. (अ) वह प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए जबकि सरल रेखा  $1/r = A \cos \theta + B \sin \theta$  वृत्त  $r = 2a \cos \theta$  को स्पर्श करे। Find the condition that the straight line  $1/r = A \cos \theta + B \sin \theta$  may touch the circle  $r = 2a \cos \theta$ .

अथवा / OR

(ब) शांकव के किसी बिन्दु पर अभिलम्ब का ध्रुवीय समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the polar equation of the normal at any point of a conic.

इकाई V. 5. (अ) सिद्ध कीजिए कि शांकव  $ax^2 + 2hxy + ay^2 = d$  की अर्द्ध अक्षों की लम्बाइयाँ क्रमशः  $\sqrt{d|(a+h)}$  तथा  $\sqrt{d|(a-h)}$  है तथा उनकी संयुक्त समीकरण  $x^2 - y^2 = 0$  है।

Prove that the length of semi-axes of the conic  $ax^2 + 2hxy + ay^2 = d$  are  $\sqrt{d|(a+h)}$  and  $\sqrt{d|(a-h)}$  respectively and their combined equation is  $x^2 - y^2 = 0$ .

अथवा / OR

(ब) सिद्ध कीजिए कि निम्न परवलय की नाभिलम्ब  $2ab|\sqrt{(a^2 + b^2)}$  होती है।

Show that the latus rectum of the following parabola is  $2ab|\sqrt{(a^2 + b^2)}$ .

$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (bx + ay - ab)^2$

भाग स PART C 1. मैट्रिक्स A के अभिलाक्षणिक मूलों एवं उनके संगत सदिशों को ज्ञात कीजिए।

Find the eigen values and the corresponding eigen vectors of the following matrix.

$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$

2. समीकरण को एक व्युत्क्रम समीकरण में बदलिए तथा हल कीजिए।

Reduce the equation to a reciprocal equation and solve it:

$4x^4 + 85x^3 + 357x^2 - 340x + 64 = 0$

3. निम्न श्रेणी के अभिसरण की जांच कीजिए :

Examine for convergence of the following series :

$\frac{1}{2^3} - \frac{1}{3^3}(1+2) + \frac{1}{4^3}(1+2+3) - \frac{1}{5^3}(1+2+3+4) + \dots$

4. नियामक वृत्त की परिभाषा दीजिए तथा शांकव  $1/r = 1 + e \cos \theta$  के नियामक वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए। Define director circle of a conic and find the equation of the director circle of the conic  $1/r = 1 + e \cos \theta$ .

5. निम्न वक्र का अनुरेखण कीजिए। Trace the following curve.

$x^2 + y^2 + xy + x + y - 1 = 0$ .