

T. 3 H.

Calculus II Paper

M. M. 75

- भाग-अ Part-A. 1. पदिक समीकरण की परिभाषा दीजिए। Define Pedal equation.
2. y -अक्ष के समानान्तर वक्रता जीवा की लम्बाई ज्ञात करने का सूत्र लिखिए। Write the formula for finding the length of the chord of curvature parallel to y -axis.
3. अस्पष्ट फलनों के द्वितीय अवकल गुणांक ज्ञात करने का सूत्र लिखिए। Write formula

for finding second differential coefficient of implicit functions.

4. फलन $f(x, y)$ के चरम मान $f(a, b)$ होने का आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबंध लिखिए। Write the necessary and sufficient conditions for $f(a, b)$ to be an extreme value of $f(x, y)$.

5. निरीक्षण द्वारा अनन्त स्पर्शी ज्ञात करने की विधि का वर्णन कीजिए।

Explain the method of finding asymptotes by inspection.

6. बहुल बिन्दु की परिभाषा लिखिए। Define multiple point.

7. सिद्ध कीजिए कि : Prove that: $B(m, n) = B(n, m)$.

8. वक्र $p = f(r)$ के $r = r_1$ तथा $r = r_2$ के मध्य चाप की लम्बाई लिखिए।

Write length of the arc of the curve $p = f(r)$ between $r = r_1$ and $r = r_2$.

9. मान ज्ञात कीजिए : Evaluate :

$$\int_0^{\pi} \int_0^a r \, d\theta \, dr.$$

10. निम्न द्वि-समाकल में समाकलन का क्रम परिवर्तित कीजिए :

Change the order of integration in the following double integral :

$$\int_0^{\infty} \int_0^x f(x, y) \, dx \, dy.$$

भाग-ब इकाई I. 1. (अ) वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ का पदिक समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the pedal equation of the curve $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$.

अथवा / OR

(ब) सिद्ध कीजिए कि $r = f(\theta)$ के, वे बिन्दु जिन पर खींचे गए वक्रता-वृत्त मूल बिन्दु से होकर जाते हैं, समीकरण $f(\theta) + f''(\theta) = 0$ द्वारा दिए जाते हैं।

Prove that the points on the curve $r = f(\theta)$, the circle of curvature at which pass through the origin, are given by the equation $f(\theta) + f''(\theta) = 0$.

इकाई II. 2. (अ) यदि $u = \tan^{-1} \frac{xy}{\sqrt{1+x^2+y^2}}$ तो सिद्ध कीजिए कि : then prove that

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{1}{(1+x^2+y^2)^{3/2}}$$

अथवा / OR

(ब) ΔABC में $\mu = \sin A \sin B \sin C$ का उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ ज्ञात कीजिए।

In a ΔABC , find the maxima and minima of $\mu = \sin A \sin B \sin C$.

इकाई III. 3. (अ) वक्र $x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0$ की अनन्त स्पर्शियां ज्ञात कीजिए।

Find the asymptotes of the curve $x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0$.

अथवा / OR

(ब) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ का केन्द्रज ज्ञात कीजिए। Find the evolute of the ellipse.

इकाई IV. 4. (अ) वक्र $y(x^2 + a^2) = a^3$ को इसकी अनन्तस्पर्शी के सापेक्ष घुमाने से जनित टोस का आयतन ज्ञात कीजिए। Find the volume of solid generated by the

revolution of curve $y(x^2 + a^2) = a^3$ about its asymptote.

अथवा / OR

(ब) प्रदर्शित कीजिए कि : Show that : $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^6}} = \frac{[\Gamma(1/3)]^3}{2^{7/3} \pi}$

इकाई V. 5. (अ) निम्नलिखित समाकल को ध्रुवीय निर्देशांकों में परिवर्तित कर मान ज्ञात कीजिए: Evaluate the following integral by changing to polar co-ordinates :

4 / B. A. / B. Sc. (Part-I) MATHEMATICS, 2015

$$\int_0^1 \int_0^x \frac{x^3 dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

अथवा / OR

(ब) निम्न समाकलन में समाकलन का क्रम परिवर्तित कीजिए:

Change the order of integration in the following integral

$$\int_0^a \int_{\sqrt{2^2-x^2}}^{\sqrt{a^2-x^2}} f(x, y) dx dy$$

भाग-स Part C 1. सिद्ध कीजिए कि परवलय $y^2 = 4ax$ के किसी बिन्दु P पर वक्रता-त्रिज्या वक्र तथा नियता के मध्य अभिलम्ब की लंबाई की दुगुनी होती है। Show that in the parabola $y^2 = 4ax$, the radius of curvature at any point P is twice the length of the normal intercepted between the curve and the directrix.

2. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ का रूपान्तर ध्रुवीय निर्देशांक में कीजिए।

Transform into polar co-ordinates.

3. निम्न वक्र का अनुरेखण कीजिए : Trace the following curve :

$$y^2 = \frac{x(x-a)(x-2a)}{(x+3a)}$$

4. मान ज्ञात कीजिए : Evaluate: $\int_0^a \frac{\log(1+ax)}{1+x^2} dx$.

5. प्रथम अष्टांशक में बेलन $z = 1 - y^2$ तथा तल $y = x$ से घिरा हुआ आयतन ज्ञात कीजिए। Find the volume in the first octant bounded by the cylinder $z = 1 - y^2$ & plane $y = x$.