

Trace the conic $9x^2 - 24xy + 16y^2 = 144$

T.3 H.

Calculus II nd Paper

M. M. 75

भाग अ PARTA 1. ध्रुवीय वक्रों के लिए वक्रता त्रिज्या का सूत्र लिखिए।

Write the formula for radius of curvature in Polar form.

questionpaperresult.com

2. Find $\frac{ds}{d\theta}$ for the curve $r = a(1 + \cos\theta)$

3. समघात फलनों के लिए आयलर प्रमेय लिखिए।

Write Euler's theorem for Homogeneous functions.

4. फलन $f(x,y)$ के चरम मान $f(a,b)$ होने का आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध लिखिए। Write necessary and sufficient condition for $f(a,b)$ to be an extremum of $f(x,y)$?

5. निम्न फलन की निर्देशों अक्षों के समान्तर अनन्त स्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

For the following curve find asymptotes parallel to co-ordinates axes.

$$xy^2 = 49^2(29-x)$$

6. एक वक्र के लिए नति परिवर्तन बिन्दु परिभाषित कीजिए।

Define the point of inflexion for a curve.

7. पदिक समीकरण परिभाषित करें एवं वक्र $p=f(r)$ के लिए चाप की लम्बाई का सूत्र लिखिए।

Define pedal equation and write the formula for length of arc of the curve $p=f(r)$.

8. बीटा एवं गामा फलन परिभाषित कीजिए। Define Beta and Gamma function.

9. मान ज्ञात करें। Evaluate:

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \frac{1}{1+x^2+y^2} dx dy$$

10. डिरिचलिट समाकलन के लिए लिवेली व्यापकीकरण बताइए।

State the Liouville's generalization of Dirichlet's Integral.

भाग ब PART B इकाई I. (अ) सिद्ध कीजिए कि एस्ट्रायड $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ के किसी बिन्दु (x,y) पर वक्रता त्रिज्या मूल बिन्दु से स्पर्श रेखा पर खींचे गए लम्ब की लम्बाई की तीन गुना होती है।

Prove that the radius of curvature at any point (x,y) on the astroid $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ is three times the length of perpendicular drawn from the origin to tangent at that point.

अथवा / OR

(ब) दीर्घवृत्त $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ के लिए (i) ध्रुवी अद्यःस्पर्शी की लम्बाई तथा (ii) ध्रुव से स्पर्श रेखा पर लम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए। Find the length of (i) Polar subtangent

(ii) Perpendicular from the pole on the tangent for the ellipse $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$

इकाई II. (अ) यदि /if $u = \sin^{-1}\left(\frac{x}{y}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ तो सिद्ध कीजिए / Then prove that:

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

अथवा / OR

(ब) वक्र $x^3 y^2 (1-x-y)$ के लिए चरम बिन्दु ज्ञात करें।

Obtain extreme point for the curve $x^3 y^2 (1-x-y)$.

इकाई III. (अ) निम्न वक्र के लिए अनन्त स्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए। Find the asymptotes for following curve: $x^3 + 2x^2 y - xy^2 - 2y^3 + xy - y^2 = 1$

अथवा / OR

(ब) निम्न सरल रेखा के कुल का अन्वालोप ज्ञात कीजिए, जहाँ t एक प्राचल है-

Find the envelope of the family of following straight line, where t being the parameter. $x \cos t + y \sin t = a + a \cos t \log \tan(t/2)$

10 / B. A. / B. Sc. (Part I) MATHEMATICS, 2016

इकाई IV. (अ) वक्र $x=t^2, y=-\frac{1}{3}t^3$ के लूप के x-अक्ष के पारित परिभ्रमण करने पर जनित ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए। Find the volume of solid generated by the revolution of

loop of the curve $x=t^2, y=-\frac{1}{3}t^3$ about x axis

अथवा/OR

(ब) सिद्ध कीजिए : Prove that :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan^m x \, dx = \frac{\pi}{2} \sec\left(\frac{m\pi}{2}\right)$$

इकाई V. (अ) मान ज्ञात कीजिये Evaluate - $\iint_A y \, dx \, dy$

जहाँ समाकलन का क्षेत्र A परवलय $y^2=4ax$ and $x^2=4ay$ से परिबद्ध है। Where A is the region of integration bounded by the parabolas $y^2=4ax$ and $x^2=4ay$. अथवा

(ब) निम्न समाकल को ध्रुवी निर्देशांकों में परिवर्तित कर मान ज्ञात कीजिए।

Change the following integral to polar coordinates and evaluate :

(i) $\int_0^1 \int_y^1 \frac{x}{x^2+y^2} \, dx \, dy$

भाग स PART C 1. वक्र $r^n = a^n \cos n\theta$ के किसी बिन्दु $p(r_1, \theta)$ का वक्रता वृत्त ध्रुवान्तर रेखा OP को A पर काटता है। यदि O ध्रुव हो तो सिद्ध कीजिए $OP:AP = (n+1):2$

The circle of curvature at any point $p(r_1, \theta)$ on the curve $r^n = a^n \cos n\theta$, meets the radius vector OP at A. Show that $OP:AP = (n+1):2$, where O is the Pole.

2. सिद्ध कीजिए कि/Prove that :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2}$$

Where $x = \xi \cos \alpha - \eta \sin \alpha$; $y = \xi \sin \alpha + \eta \cos \alpha$

3. वक्र $r = a + b \cos \theta$ ($a > b$) का अनुरेखण करें। Trace the curve $r = a + b \cos \theta$ ($a > b$)

4. सिद्ध कीजिए। Prove that :

(i) $B(m, n) = \frac{\sqrt{m} \sqrt{n}}{\sqrt{m+n}}$; ($m > 0, n > 0$) (ii) $\sqrt{m} \sqrt{m+1/2} = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2m-1}} \sqrt{2m}$; $m > 0$

5. मान ज्ञात कीजिए/Evaluate : $\iiint_v z \, dx \, dy \, dz$

जहाँ समाकलन क्षेत्र v समतल $z=0, z=1$ तथा बेलन $x^2+y^2=4$ से परिबद्ध है।

Where region of integration v is bounded by the planes $z=0, z=1$ and the cylinder $x^2+y^2=4$.