

$$x^2 + y^2 + xy + x + y - 1 = 0.$$

T. 3 H.

Calculus II nd Paper

M. M. 75

भाग अ PARTA 1. ध्रुवान्तर रेखा तथा स्पर्श रेखा के मध्य कोण का सूत्र लिखिए।
Write the formula for angle between radius vector and tangent.

2. वक्र $r = ae^{\theta \cot \alpha}$ के लिए $\frac{d^2r}{d\theta^2}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

Evaluate $\frac{d^2r}{d\theta^2}$ for the curve $r = ae^{\theta \cot \alpha}$

3. समघात फलनों पर आयलर प्रमेय का कथन लिखिए ।

State Euler's theorem on Homogeneous functions.

4. सम्पूर्ण अवकल गुणांक का सूत्र लिखिए ।

Write the formula for total differential coefficient.

5. वक्र अनुरेखण का उद्देश्य क्या है ? What is the object of curve tracing ?

6. x-अक्ष के समान्तर वक्र का अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए ।

Find the asymptotes parallel to the axis of x of the curve.

$$y^4 + x^2y^2 + 2xy^2 - 4x^2 - y + 1 = 0.$$

7. चाप कलन की परिभाषा दीजिए । Define rectification.

8. बीटा एवं गामा फलन परिभाषित कीजिए । Define Beta and Gamma functions.

9. मान ज्ञात करें । Evaluate :

$$\int_0^1 \int_0^2 (x+y) dx dy$$

10. निम्न द्वि-समाकल में समाफलन का क्रम परिवर्तित कीजिए ।

Change the order of integration in the following double integral.

$$\int_0^1 \int_0^x e^{y/x} dx dy$$

भाग ब PART B इकाई I. (अ) सिद्ध कीजिए कि वक्र $r^4 = a^4 \cos n\theta$ किसी बिन्दु (r, θ) पर खींचा गया अभिलम्ब प्रारम्भिक रेखा से $(n+1)\theta$ कोण बनाता है ।

Prove that the normal at any point (r, θ) to the curve $r^4 = a^4 \cos n\theta$ makes an angle $(n+1)\theta$ with the initial line. अथवा / OR

(ब) वक्र $a(y^2 - x^2) = x^3$ के मूल बिन्दु पर वक्रता त्रिज्याएँ ज्ञात कीजिए ।

Obtain the radius of curvature of origin for the curve $a(y^2 - x^2) = x^3$.

इकाई II. (अ) प्रदर्शित कीजिए कि निम्न फलन का निम्नष्ट मान $3a^2$ है ।

Show that the minimum value of the following functions is $3a^2$

$$u = xy + a^3 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$$

अथवा / OR

(ब) यदि $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ तो सिद्ध कीजिए कि-

If $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ then, prove that :

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \right) u = -\frac{9}{(x+y+z)^2}$$

इकाई III. (अ) निम्न वक्र की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए । Find the asymptotes of the following curve. $x^3 - 5x^2y + 5xy^2 - 4y^3 + x^2 - 3xy + 2y^2 - 1 = 0$ अथवा / OR

(ब) सरल रेखा $x \cos \alpha + y \sin \alpha = 1 \sin \alpha \cos \alpha$ का अन्वालोप ज्ञात कीजिए, जहाँ α प्राचल है । Find the envelope of the straight lines $x \cos \alpha + y \sin \alpha = 1 \sin \alpha \cos \alpha$

4 / B. A. / B. Sc. (Part I) MATHEMATICS, 2017

where α is a parameter.

इकाई IV. (अ) प्रदर्शित कीजिए कि । Show that :

$$B(m, n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}, m, n > 0$$

अथवा/ OR

(ब) परवलय $x^2 = 4ay$ के शीर्ष से लेकर नाभिलम्ब के एक सिरे तक चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए ।

Find the length of the arc of the parabola $x^2 = 4ay$ from the vertex to an extremity of the latus rectum.

इकाई V. (अ) वृत्त $x^2 + y^2 = 1$ के धनात्मक पाद पर मान ज्ञात कीजिए ।

Evaluate $\iint \frac{xy}{\sqrt{1-y^2}} dx dy$, over the positive quadrant of the circle $x^2 + y^2 = 1$

अथवा

(ब) निम्न समाकल को ध्रुवीय निर्देशांकों में परिवर्तित कर मान ज्ञात कीजिए ।

Evaluate the following integral by changing to polar co-ordinates.

$$\int_0^1 \int_0^x \frac{x^3}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$$

भाग स PART C 1. सिद्ध करो कि समान कोणिक सर्पिल $r = ae^{\theta \cot \alpha}$ के किसी बिन्दु पर वक्रता-त्रिज्या $f = r \cos \alpha$ होती है तथा यह ध्रुव पर समकोण बनाती है ।

Show that at any point on the equiangular spiral $r = ae^{\theta \cot \alpha}$, the radius of curvature $f = r \cos \alpha$ and that it subtends a right angle at the pole.

2. अधिकतम आयतन वाला वह आयतफल को ज्ञात कीजिए जो दीर्घवृत्त में अन्तलिखित है ।

Find the volume of greatest rectangular parallelepiped inscribed in the ellipsoid whose equation is :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

3. वक्र का अनुरेखण कीजिए । Trace the curve :

$$y^2(1-x^2) = x^2(1+x^2)$$

4. प्रदर्शित कीजिए कि । Show that :

$$\int_0^{\infty} \frac{\log(1+a^2x^2)}{1+b^2x^2} dx = \frac{\pi}{b} \log\left(\frac{a+b}{b}\right)$$

5. मान ज्ञात कीजिए / Evaluate : $\iiint x^{p-1} y^{q-1} z^{r-1} dx dy dz$ जहाँ x, y, z सभी धनात्मक

है तथा Where x, y, z , all are positive and

$$\left(\frac{x}{a}\right)^p + \left(\frac{y}{b}\right)^q + \left(\frac{z}{c}\right)^r \leq 1$$