

भाग अ PART A 1. ध्रुवान्तर रेखा तथा स्पर्श रेखा के मध्य कोण का सूत्र लिखिए ।

Write the formula for angle between radius vector and tangent.

2. सिद्ध कीजिए कि वक्र $p=f(r)$ की ध्रुव से गुजरने वाली वक्रता जीवा की लम्बाई $2f(r)|f'(r)$ है ।

Show that the chord of curvature through the pole for the curve

$$p=f(r) \text{ is } 2f(r)|f'(r).$$

3. समघात फलनों पर ऑयलर प्रमेय का कथन लिखिए ।

State Euler's theorem on homogeneous functions.

4. फलन $f(x,y)$ के चरम मान की कसौटी दीजिए ।

Give criteria for extreme values of $f(x,y)$.

5. तिर्यक अनन्तस्पर्शी की परिभाषा दीजिए । Define oblique asymptote.

6. नति परिवर्तन बिन्दु को परिभाषित कीजिए तथा इसके लिए परीक्षण लिखिए ।

Define point of inflexion and also write the test for it.

7. मान ज्ञात कीजिए । Evaluate :

$$\int_0^1 x^2(1-x)^3 dx$$

8. दीर्घाक्ष-गोलाभ को परिभाषित कीजिए । Define Prolate spheroid.

9. मान ज्ञात कीजिए । Evaluate :

$$\int_0^1 \int_0^2 (x+y) dx dy$$

10. डिरिचले समाकल का कथन लिखिए । State Dirichlet's integral.

भाग ब PART B इकाई I. (अ) वक्र $r=a(1-\cos\theta)$ का पदिक समीकरण ज्ञात कीजिए ।

Find the pedal equation of the curve $r=a(1-\cos\theta)$.

अथवा / OR

(ब) वक्र $s=a\log(\sec\psi+\tan\psi)$ के बिन्दु (s,ψ) पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए ।

Find the radius of curvature at the point (s,ψ) on the curve.

$$s=a\log(\sec\psi+\tan\psi)$$

इकाई II. (अ) प्रदर्शित कीजिए कि $u=x^3y^2(1-x-y)$, $x=1/2$, $y=1/3$ पर उच्चिष्ठ है ।

Show that $u=x^3y^2(1-x-y)$ is maximum at $x=1/2$, $y=1/3$

अथवा / OR

(ब) यदि $u=\log(x^3+y^3+z^3-3xyz)$ तो सिद्ध कीजिए कि-

If $u=\log(x^3+y^3+z^3-3xyz)$ then, prove that :

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}\right)^2 u = -\frac{9}{(x+y+z)^2}$$

इकाई III. (अ) निम्न वक्र की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए । Find the asymptotes of the curve.

$$x^2y - xy^2 + xy + y^2 + x - y = 0$$

अथवा / OR

(ब) वक्र $y=x \tan \alpha - \frac{1}{2}g \frac{x^2}{u^2 \cos^2 \alpha}$ के कुल का अन्वालोप ज्ञात कीजिए, जहाँ α प्राचल है।

4 / B. A. / B. Sc. (Part I) MATHEMATICS, 2018

Find the envelope of the curve $y = x \tan \alpha - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{u^2 \cos^2 \alpha}$, α being the parameter.

इकाई IV. (अ) प्रदर्शित कीजिए कि । जहाँ m धनात्मक है । Show that where m is positive :

$$\Gamma(m) \Gamma(m + \frac{1}{2}) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2m-1}} \Gamma(2m); m \in \mathbb{Z}$$

अथवा/OR

(ब) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ को x -अक्ष के सापेक्ष घुमाने से जनित ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए ।

Find the volume of the solid generated by revolving the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ about the x -axis.

इकाई V. (अ) यदि समाकलन का क्षेत्र A रेखाओं $y=0$, $y=x$ तथा $x=1$ से घिरा हुआ त्रिभुज हो, तो प्रदर्शित कीजिए कि- If the region A of the integration is the triangle given by $y=0$, $y=x$ and $x=1$ show that :

$$\iint_A \sqrt{4x^2 - y^2} dx dy = \frac{1}{3} \left(\frac{\pi}{3} + \frac{3}{2} \right)$$

अथवा/OR

(ब) मान ज्ञात कीजिए : Evaluate :

$$\int_0^a \int_0^x \int_0^{x+y} e^{x+y+z} dx dy dz$$

भाग स PART C 1. सिद्ध कीजिए कि समान कोणि सर्पिल $r = ae^{\theta \cot \alpha}$ के किसी बिन्दु पर वक्रता-त्रिज्या $\rho = r \operatorname{cosec} \alpha$ होती है तथा यह ध्रुव पर समकोण बनाती है ।

Show that at any point on the equi angular spiral $r = ae^{\theta \cot \alpha}$, the radius of curvature $\rho = r \operatorname{cosec} \alpha$ and that it subtends a right angle at the pole.

2. अधिकतम आयतन वाला वह आयतफल को ज्ञात कीजिए जो दीर्घवृत्त में अन्तलिखित है ।

Find the volume of greatest rectangular parallelopiped inscribed in the ellipsoid whose equation is :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

3. वक्र का अनुरेखण कीजिए । Trace the curve :

$$y^{1/2} + y^{1/2} = a^{1/2}$$

4. प्रदर्शित कीजिए कि । Show that :

$$\int_0^{\infty} \frac{\log(1+a^2 x^2)}{1+b^2 x^2} dx = \frac{\pi}{b} \log \frac{a+b}{b}$$

5. निम्न समाकल को भ्रुवीय निर्देशांकों में परिवर्तित कर मान ज्ञात कीजिए ।

Evaluate the following integral by changing to polar co-ordinates :

$$\int_0^1 \int_x^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{x^2+y^2} dx dy$$