

Trace the conic $x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 1 = 0$.

T. 3 H.

Calculus II Paper

M. M. 75

भाग-अ 1. ध्रुवान्तर रेखा तथा स्पर्श रेखा के मध्य कोण का सूत्र लिखिए ।

Write the formula of angle between radius vector and tangent.

2. वक्रता केन्द्र के निर्देशांक लिखिए । Write the coordinates of centre of curvature.

3. समघात फलनों के लिए आयलर प्रमेय का कथन लिखिए ।

State Euler's theorem on homogeneous functions.

4. अस्पष्ट फलन को परिभाषित कीजिए । Define Implicit Function.

5. वृत्तीय अनन्तस्पर्शी को परिभाषित कीजिए । Define Circular Asymptotes.

6. द्विक बिन्दु विद्यमान होने का आवश्यक प्रतिबन्ध लिखिए ।

Write the necessary condition for the existence of double points.

7. मान ज्ञात कीजिए : Evaluate :

$$\int_0^1 x^2 (1-x)^3 dx.$$

8. समाकलन के चिन्ह के अन्तर्गत अवकलन एवं समाकलन के लिए लेबनीज नियम का कथन लिखिए । Write the Leibnitz's rule for differentiation and integration under the sign of integration.

9. डिरिचलेट्स प्रमेय का कथन लिखिए । State the Dirichlet's theorem.

10. द्वि-समाकल का कार्तीय से ध्रुवीय निर्देशांकों में परिवर्तन कीजिए ।

Change the double integral from cartesian to polar co-ordinates.

भाग-ब इकाई-11. (अ) परवलय $y^2 = 4a(x+a)$ का पदिक समीकरण ज्ञात कीजिए ।

Find the pedal equation of the parabola $y^2 = 4a(x+a)$.

अथवा /OR

(ब) सिद्ध कीजिए कि समान कोणिक सर्पिल $r = ae^{0 \cot \alpha}$ के किसी बिन्दु पर वक्रता त्रिज्या

$\rho = r \operatorname{cosec} \alpha$ होती है तथा यह ध्रुव पर समकोण बनाती है ।

Show that at any point on the equiangular spiral $r = ae^{0 \cot \alpha}$, the radius of curvature $\rho = r \operatorname{cosec} \alpha$ and that it subtends a right angle at the pole.

इकाई-II 2. (अ) यदि $u = \tan^{-1}\left(\frac{x^2-y^2}{x-y}\right)$, सिद्ध कीजिए : prove that :

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{4} (\sin 4u - 2 \sin 2u)$$

अथवा / OR

(ब) प्रदर्शित कीजिए कि Show that $\frac{x}{1+x \tan x}$ उच्चिष्ठ है, is a maximum जबकि

when $x = \cos x$ है।

इकाई III. 3. (अ) सिद्ध कीजिए कि वक्र $xy(x^2-y^2) + 25y^2 + 9x^2 - 144 = 0$ के चारों अनन्तस्पर्शी वक्र को फिर आठ बिन्दुओं में काटते हैं जो $(4/5)$ उत्केन्द्रता वाले दीर्घवृत्त पर स्थित है। Show that the four asymptotes of the curve $xy(x^2-y^2) + 25y^2 + 9x^2 - 144 = 0$ cut it again in eight points lying on an ellipse whose eccentricity is $(4/5)$. अथवा

(ब) सरल रेखाओं $y = mx + am^p$ जहाँ m प्राचल है, के परिवार का अन्वालोप ज्ञात कीजिए। Find the Envelope of the family of straight lines $y = mx + am^p$, where m is the parameter.

इकाई IV. 4. (अ) अर्धघन परवलय $ay^2 = x^3$ के शीर्ष से बिन्दु (a, a) तक की चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए। Find the length of the arc of the semi-cubical parabola $ay^2 = x^3$ from its vertex to the point (a, a) .

अथवा / OR

(ब) सिद्ध कीजिए, Prove that :

$$B(m, n) = \int_0^1 \frac{x^{m-1} + x^{n-1}}{(1+x)^{m+n}} dx$$

इकाई V. 5. (अ) वृत्त $x^2 + y^2 = 1$ के धनात्मक पाद पर $\iint \frac{xy}{\sqrt{1-y^2}} dx dy$ का मान

ज्ञात कीजिए। Evaluate $\iint \frac{xy}{\sqrt{1-y^2}} dx dy$, over the positive quadrant of the

the circle $x^2 + y^2 = 1$.

अथवा / OR

(ब) समाकल $\int_0^\infty \int_0^\infty \frac{e^{-y}}{xy} dx dy$ का क्रम बदलकर मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate the integral $\int_0^\infty \int_0^\infty \frac{e^{-y}}{xy} dx dy$ by changing its order.

भाग-स 1. सिद्ध कीजिए कि एस्ट्रायड $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ के किसी भी बिन्दु (x, y) पर वक्रता-त्रिज्या, मूल बिन्दु से स्पर्श रेखा पर खींचे गए लम्ब की लम्बाई की तीन गुनी होती है।

Show that the radius of curvature at any point (x, y) of the astroid $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ is three times the perpendicular from the origin to the tangent at (x, y) .

2. सिद्ध कीजिए : Prove that : $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$

जहाँ where $x = s \cos \alpha - t \sin \alpha$, $y = s \sin \alpha + t \cos \alpha$.

3. वक्र का अनुरेखण कीजिए : Trace the curve : $x^{1/2} + y^{1/2} = a^{1/2}$

4. मान ज्ञात कीजिए : Evaluate :

16 / B. A. / B. Sc. (Part-I) MATHEMATICS

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\log(1 + \cos \alpha \cos x)}{\cos x} dx$$

5. निम्न समाकल में समाकलन का क्रम परिवर्तित कीजिए ।

Change the order of integration in the following integral :

$$\int_0^{a \cos \alpha} \int_{x \tan \alpha}^{\sqrt{a^2 - x^2}} f(x, y) dx dy.$$