

cylinder $x^2 + y^2 = 4$.

Co-ordinate Geometry of Three Dimensions & Vector Calculus
T. 3 H. III rd Paper M. M. 75

भाग अ PARTA 1. गोले की स्पर्श रेखा एवं स्पर्श समतल की परिभाषा दीजिए ।

Define Tangent Line and tangent plane of a sphere.

2. उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण लिखिए । जिसकी अक्ष Z-अक्ष तथा त्रिज्या 'a' है । Write the equation of the right circular cylinder whose axis is Z-axis and radius 'a'.

3. अन्वालोपी बेलन को परिभाषित कीजिए । Define enveloping cylinder.

4. शांकवज का केन्द्र को परिभाषित कीजिए । Define centre of the conicoid.

5 Write the equations of the normal at the point $P(x_1 + y_1 + z_1)$ of the

ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

6. परवलय के व्यास तल को परिभाषित कीजिए।

Define diametral plane of the paraboloid.

7. शून्य वृत्तक की परिभाषा दीजिए। Define umbilic.

8. एक पृष्ठीय अतिपरवलय की जनक रेखाओं के कोई दो गुणधर्म लिखिए।

Write any two properties of generating lines of hyperboloid of one sheet.

9. परिनलिका या सोलीनायडल सदिश को परिभाषित कीजिए। Define Solenoidal vector.

10. यदि $f = xy^2i + 2x^2yzj - 3yz^2k$ तो बिन्दु $(1, -1, 1)$ पर $\text{div } f$ ज्ञात कीजिए।

If $f = xy^2i + 2x^2yzj - 3yz^2k$: find $\text{div } f$ at the point $(1, -1, 1)$.

भाग बं PART B इकाई I. (अ) गोले $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 7 = 0$ के उन स्पर्श समतलों के समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा $6x - 3y - 23 = 0 = 3z + 2$ में प्रतिच्छेदित करते हैं।

Find the equations of the tangent planes to the sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 7 = 0$, which intersect in the line $6x - 3y - 23 = 0 = 3z + 2$. अथवा / OR

(ब) उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका निर्देशक वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $x - y + z = 3$ है। Find the equation of the right circular cylinder whose guiding circle is $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $x - y + z = 3$.

इकाई II. (अ) दीर्घ वृत्तज $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ के स्पर्श तल पर केन्द्र से लम्ब डाला गया है।

सिद्ध कीजिए कि लम्ब के पाद का बिन्दु पथ है : $a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 = (x^2 + y^2 + z^2)^2$.

Prove that the locus of the foot of the perpendicular drawn from the centre of the ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ to any of its

tangent plane is : $a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 = (x^2 + y^2 + z^2)^2$.

अथवा / OR

(अ) प्रदर्शित कीजिए कि एक केन्द्रीय शांकवज के परिच्छेद के केन्द्र जो एक दी रेखा से गुजरते हैं, एक शांकवज पर स्थित होते हैं। Show that the centres of sections of a central conicoid that pass through a given line lie on a conic.

इकाई III. (अ) दीर्घ वृत्तज के तीन बराबर लम्बाई वाले संयुग्मी अर्ध व्यासों का पथ ज्ञात कीजिए।

Find the locus of three equal conjugate semi-diameters of the ellipsoid. OR

(ब) बिन्दु (α, β, ν) से, इसके परवलयन $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$ के सापेक्ष ध्रुवीय तल पर डाले गए लम्ब का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए। Find the locus of the perpendicular from (α, β, ν) to its polar plane with respect to paraboloid : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$

इकाई IV. (अ) प्रदर्शित कीजिए कि पृष्ठ $yz + zx + xy = a^2$, समतल $lx + my + nz = p$ द्वारा परिच्छेद परवलय है, यदि Show that the section of the surface $yz + zx + xy = a^2$ by the plane $lx + my + nz = p$ is a parabola if $\sqrt{l} + \sqrt{m} + \sqrt{n} = 0$. अथवा / OR

(ब) निम्न दीर्घवृत्तज के शून्य वृत्तक ज्ञात कीजिये : $2x^2 + 3y^2 + 6z^2 = 6$.

Find the umbilics of the following ellipsoid : $2x^2 + 3y^2 + 6z^2 = 6$.

इकाई V. (अ) ग्रीन की प्रमेय को तल में $\int (2xy - x^2) dx + (x^2 + y^2) dy$, के लिए सत्यापित कीजिए, जहाँ $c, y = x^2$ और $x = y^2$ से घिरे क्षेत्र की सीमा वक्र है।

Verify Green's theorem in the plane for $\int_C (2xy - x^2) dx + (x^2 + y^2) dy$, where c is the boundary of the region enclosed by $y = x^2$ and $x = y^2$ अथवा / OR
(ब) स्टोक प्रमेय द्वारा निम्न का मान ज्ञात कीजिए Evaluate by stoke's theorem

$$\int_C (e^x dx + 2y dy - dz)$$

जहाँ वक्र $c; x^2 + y^2 = 4; z = 2$ है। Where c is the curve, $x^2 + y^2 = 4; z = 2$.

भाग स PART C 1. (a) वृत्त का केन्द्र एवं त्रिज्या ज्ञात कीजिए जो समतल $x + 2y + 2z + 7 = 0$ द्वारा गोले $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z - 19 = 0$ के प्रतिच्छेदन से प्राप्त होता है।

Find the centre and radius of the circle in which sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z - 19 = 0$ is cut by the plane $x + 2y + 2z + 7 = 0$.

(b) गोले $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 2 = 0$ के अन्वालोपी शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए। जिसका शीर्ष $(1, 1, 1)$ है। Find the enveloping cone of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 2 = 0$ with vertex at $(1, 1, 1)$.

2. (a) अतिपरवलय $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$

के बिन्दु $(2, -1, 4/3)$ से गुजरने वाली जनक रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equations to the generating lines of the hyperboloid $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$

which passes through the point $(2, -1, 4/3)$

(b) सिद्ध कीजिए कि शांकवज $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ का शंकु Prove that the section of the conicoid $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ by a tangent plane to cme

$$\frac{x^2}{b+c} + \frac{y^2}{a+c} - \frac{z^2}{a+b} = 0$$

को स्पर्श तल द्वारा परिच्छेद आयतीय अतिपरवलय है। is rectangular hyperbola.

3. (a) नियामक गोले को परिभाषित कीजिए तथा इसका समीकरण भी ज्ञात कीजिए।

Define director sphere and obtain its equation.

(b) संकेन्द्र शांकवज $Ax^2 + By^2 + Cz^2 = 1$ के किसी बिन्दु (α, β, γ) पर स्पर्श तल का समीकरण ज्ञात कीजिए। Find the equation of the tangent plane to the conicoid $Ax^2 + By^2 + Cz^2 = 1$ at the point (α, β, γ) .

4. (a) सिद्ध कीजिए कि x -अक्ष तथा दीर्घवृत्तज के अभिलम्ब के बीच की लघुतम दूरी का अधिकतम मान $(b-c)$ है। Prove that the greatest value of the shortest distance between the axis of x and a normal to the ellipsoid is $(b-c)$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

(b) सिद्ध कीजिए कि (α, β, γ) से दीर्घवृत्तज Prove that the feet of six normals from (α, β, γ) the ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

पर खींचे गये छः अभिलम्बों के पाद दीर्घवृत्तज तथा शंकु के प्रतिच्छेदन वक्र पर स्थित है। lie on the curve of intersection of the ellipsoid and the cme

$$\frac{a^2(b^2 - c^2)\alpha}{x} + \frac{b^2(c^2 - a^2)\beta}{y} + \frac{c^2(a^2 - b^2)\gamma}{z} = 0$$

5. सिद्ध कीजिए कि Prove that: $\Delta^2 f(r) = f''(r) + \frac{2}{r} f'(r)$