Co-ordinate Geometry of Three Dimensions & Vector Calculus

T. 3 H. **III rd Paper** **M. M. 75**

भाग अ PART A 1. व्युत्क्रम शंकु को परिभाषित कीजिए। Define Reciprocal cone.

2. अन्वालोपी बेलन को परिभाषित कीजिए। Define enveloping cylinder.

3. व्यासग समतल की परिभाषा व समीकरण लिखिए।

questionpaperesult.com

Scanned by CamScanner

Define diametral plane and write equation.

4. नियामक गोले को परिभाषित कीजिए एवं समीकरण लिखिए।

Define the director sphere and write equation.

5. दीर्घवृत्तज के परिच्छेद का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। Find the area of section of theellipsoid.

6. परवलयज $ax^2+by^2=2cz$ के बिन्दु (x,y,z) पर अभिलम्ब का समीकरण लिखिए। Write the equation of the normal to the paraboloid $ax^2+by^2=2cz$ of the point (x,y,z).

7. वह प्रतिबिम्ब लिखिए कि समतल $lx+my+nz=P$ शांकवज $ax^2+by^2+cz^2=1$ का स्पर्श तल हो। Write the condition that the plane $lx+my+nz=P$ should touch the conicoid $ax^2+by^2+cz^2=1$.

8. परवलयज़ के शून्य वृत्तक लिखिए। Write the umbilics of a Paraboloid.

9. पृष्ठ $f(x,y,z)=c$ पर अभिलम्ब की सदिश समीकरण लिखिए।

Write the vector equation of the normal to the surface $f(x,y,z)=c$.

10. ग्रीन प्रमेय का कार्तीय रूप लिखिए। Write the Cartesian form of Green's theorem.

भाग बPARTB इकाई I. (अ) (1,0,0), (0,1,0); और (0,0,1) बिन्दुओं से गुजरने वाले उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या न्यूनतम हो।

Find the equation of the sphere which passes through the point (1,0,0), (0,1,0); and (0,0,1) has its radius as small as possible. **अथवा / OR**

(ब) उस बेलन का समीकरण ज्ञात करो जिसके जनक z अक्ष के समान्तर है तथा $ax^2+by^2=2z$, $lx+my+nz=p$ को काटते हैं। Find the equation of cylinder whose generators are parallel to the z-axis and intersects the curve $ax^2+by^2=2z$, $lx+my+nz=p$.

इकाई II. (अ) शांकवज $ax^2+by^2+cz^2=1$ के परिच्छेदों के केन्द्रों का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए जो $\alpha x^2+\beta y^2+\gamma z^2=1$ को स्पर्श करते हैं। Find the locus of the centres of the section of $ax^2+by^2+cz^2=1$ which touch $\alpha x^2+\beta y^2+\gamma z^2=1$. **अथवा / OR**

(ब) सिद्ध कीजिए कि एक अतिपरवलयज को एक समतल जो कि अनन्तस्पर्शीय शंकु के स्पर्श तल के समान्तर है, द्वारा प्रतिच्छेदन एक परवलय होगा।

Prove that the section of a hyperboloid by a plane which is parallel to a tangent plane of the asymptotic cone is a parabola.

इकाई III. (अ) सिद्ध कीजिए कि तीन संयुग्मी अर्द्धव्यासों के किसी समतल पर प्रक्षेपों के वर्गों को योगफल अचर होता है। Prove that sum of the squares of the projections of three Conjugate semi-diameters on any plane is constant. **अथवा / OR**

(ब) परवलयज $ax^2+by^2=2cz$ पर पाँच अभिलम्बों से गुजरने वाले शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए। Find the equation of the cone through five normals of the paraboloid $ax^2+by^2=2cz$.

इकाई IV. (अ) दीर्घवृत्तज $3x^2+3y^2+6z^2=10$ का समतल $x+y+z=1$ से प्राप्त परिच्छेद के केन्द्र के निर्देशांक तथा अर्धाक्षों की लम्बाईयाँ ज्ञात कीजिए।

Find the Coordinates of the centre and the lengths of the semi-axes of the section of the ellipsoid $3x^2+3y^2+6z^2=10$ by the plane $x+y+z=1$. **अथवा / OR**

(ब) दीर्घवृतज $2x^2+3y^2+6z^2=6$ के शून्य वृत्तक ज्ञात कीजिए।

Find the umbilices of the following ellipsoid. $2x^2+3y^2+6z^2=6$

इकाई V. (अ) $\nabla^2 r^n$ का मान ज्ञात कीजिए तथा प्रदर्शित कीजिए कि-

Scanned by CamScanner

Find the value of $\nabla^2 r^n$ and show that : $\nabla^2\left(\frac{1}{r}\right) = 0$ अथवा / OR

(ब) सिद्ध कीजिए कि सदिश अघूर्णीय सदिश है।

Prove that the following vector is irrotational.

$f = (\text{Siny} + z)i + (x\cos y - z)j + (x - y)k$

भाग स PART C (1) सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{(fx)} + \sqrt{(gy)} + \sqrt{(hz)} = 0$ एक शंकु प्रदर्शित करता है जो निर्देशांक समतलों को स्पर्श करता है। इसके व्युत्क्रम शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Prove that the equation $\sqrt{(fx)} + \sqrt{(gy)} + \sqrt{(hz)} = 0$ represents a cone which touches the coordinate planes. Find the equation of its reciprocal cone.

(2) (a) शांकवज $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ के सापेक्ष निम्न सरल रेखाओं के ध्रुवीय रेखाएँ होने की शर्त ज्ञात कीजिए। Find the equation that the following lines must be polar lines with respect to the conicoid $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$.

$$\frac{x-\alpha}{l} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n} \; ; \; \frac{x-\alpha'}{l'} = \frac{y-\beta'}{m'} = \frac{z-\gamma'}{n'}$$

(b) उन बिन्दुओं का बिन्दु पथ ज्ञात कीजिए जिनसे केन्द्रीय शांकवज $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ पर तीन परस्पर लम्बवत् स्पर्श रेखाएँ खींची जा सकती है।

Find the locus of the points from which three mutually perpendicular tangents lines can be drawn to the central conicoid $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$.

(3) (a) किसी दीर्घवृत्तज की समान्तर जीवाओं के मध्य बिन्दुओं का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए। Find the locus of the middle points of a system of Parallel chords of an ellipsoid.

(b) प्रदर्शित कीजिए कि परवलयज $ax^2 + by^2 = 2z$ का समतल $lx+my+nz=\Psi$ से परिच्छेद का केन्द्र है-

Show that the centre of the section of the Paraboloid $ax^2 + by^2 = 2z$ by the Plane $lx+my+nz=\Psi$ is the Point.

$$\left(\frac{-l}{an}, \frac{-m}{bn}, \frac{k^2}{n}\right), \text{where } k^2 = \frac{l^2}{a} + \frac{m^2}{b} + n\Psi$$

(4) (a) निम्न शांकवज के वृत्तीय परिच्छेदों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equations of the circular sections of the conicoid.

$$\left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b}\right)yz + \left(\frac{c}{a} + \frac{a}{c}\right)zx + \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)xy + 1 = 0$$

(b) अतिपरवलयज $yz+2zx+3xy+6=0$ के बिन्दु (-1,0,3) से गुजरने वाली जनक रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए। Find the equations to the generating lines of the hyperboloid $yz+2zx+3xy+6=0$ which passes through the point (-1,0,3).

5. (a) गॉस प्रमेय की सहायता से प्रदर्शित कीजिए। जहाँ सतह S, गोला $(x^2+y^2+z^2=a^2)$ है।

Use Gauss's divergence theorem to show that :

$\iint_s (xdydz + ydzdx + zdxdy) = 4\pi a^3$

Where the surface S is the sphere $(x^2+y^2+z^2=a^2)$

(b) स्टॉक प्रमेय का उपयोग करके मान ज्ञात कीजिए। जहाँ c,xy समतल में एक वर्ग हैं जिसके शीर्ष क्रमशः है। (1,0); (-1,0); (0,1), (0,-1) है।

Using Stoke's theorem evaluate : $\int_c xydx + xy^2 \; dy$,

Where C is the square in the xy plane with Vertices respectively ;

(1,0); (-1,0); (0,1), (0,-1).

questionpapersult.com

Scanned by CamScanner