

T.3 H.

Second Paper

- भाग-अ 1.(a) व्युत्पन्न समुच्चय की परिभाषा लिखिए। Define derived set.
 (b) डेडिकिण्ड कट की परिभाषा दीजिए। Define Dedekind Cut.
 (c) विभाजन के मानक का क्या तात्पर्य है ?
 What is meaning of the norm of Partition ?
 (d) समाकलन गणित के मूल प्रमेय को परिभाषित कीजिए।
 Define Fundamental theorem of integral calculus.
 (e) मान ज्ञात करो : Evaluate :

$$\lim_{z \rightarrow 0} \left(\frac{\sin z}{z} \right)^{1/z^2}$$

- (f) प्रसंवादी फलन को परिभाषित करो। Define Harmonic function.
 (g) सम्मिश्र फलन के लिए अनिश्चित समाकलन को परिभाषित करो।
 Define the indefinite integral for complex function.
 (h) पायशन-समाकलन सूत्र लिखिए। Write the Poisson integral formula.
 (i) लाप्लास रूपान्तरण की परिभाषा लिखिए। Define Laplace Transform.

(j) $L^{-1} \left(\frac{e^{-as}}{s^2} \right); a > 0$ का क्या मान होगा ? Evaluate $L^{-1} \left(\frac{e^{-as}}{s^2} \right); a > 0$

भाग (ब) इकाई - I. 2.(अ) यदि $x, y \in \mathbb{R}$ तो सिद्ध करो कि $|x+y| \leq |x| + |y|$.
 If $x, y \in \mathbb{R}$ then prove that $|x+y| \leq |x| + |y|$. अथवा / OR

(ब) समुच्चय $S = \left[\frac{3n+2}{2n+1}; n \in \mathbb{N} \right]$ की परिबद्धता, उच्चक व निम्नक, यदि विद्यमान हो तो ज्ञात कीजिए।

Find the boundedness, supremum and infimum if exist of the set

$$S = \left[\frac{3n+2}{2n+1}; n \in \mathbb{N} \right]$$

इकाई - II. 3.(अ) यदि $f \in \mathbb{R}[a, b]$ तो प्रदर्शित करो $|f| \in \mathbb{R}[a, b]$.

If $f \in \mathbb{R}[a, b]$ then show that $|f| \in \mathbb{R}[a, b]$. अथवा / OR

(ब) यदि $f(x) = x^2; x \in [0, 2]$ और $p = \left\{ 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{2}, 2 \right\}$ तो $U(fp)$ और

$L(fp)$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $f(x) = x^2; x \in [0, 2]$ and $p = \left\{ 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{2}, 2 \right\}$ then find the value

of $U(fp)$ and $L(fp)$.

इकाई - III. 4.(अ) कोशी-रीमान समीकरणों का ध्रुवीय रूप में परिवर्तन कीजिए।

Convert the Cauchy-Riemann equations into polar form. अथवा / OR

16 / B. A. / B. Sc. (Final) MATHEMATICS, 2015

(ब) सिद्ध करिए कि फलन $U(x, y) = x^3 - 3xy^2$ प्रसंवादी है तथा कोशी-रीमान समीकरणों द्वारा इसका संयुग्मी ज्ञात कीजिए।

Prove that the function $U(x, y) = x^3 - 3xy^2$ is harmonic and obtain its conjugate by Cauchy-Riemann equation.

इकाई - IV. 5. (अ) ल्यूवेल प्रमेय का कथन व सिद्ध कीजिए।

State and prove the Liouville's theorem.

अथवा / OR

(ब) $\int_C 5 \sin(2z) dz$ का मान वर्ग 'C' के चारों ओर ज्ञात कीजिए जबकि वर्ग के शीर्ष

$1 \pm i$ और $-1 \pm i$ है। Find the value of $\int_C 5 \sin(2z) dz$ around the square 'C'

whose vertices are $1 \pm i$ and $-1 \pm i$.

इकाई-V. 6. (अ) $L^{-1} \left\{ \log \left(1 + \frac{1}{p^2} \right) \right\}$ का मान ज्ञात कीजिए। Find the value.

अथवा / OR

(ब) लाप्लास रूपान्तरण द्वारा हल कीजिए : Solve by Laplace transformation.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = x \cos(2x), y(0) = 0, y'(0) = 0$$

भाग-स 7. सिद्ध कीजिए कि अनन्त परिवद्ध समुच्चय का व्युत्पन्न समुच्चय परिवद्ध होगा।

Prove that the derived set of an infinite bounded set is bounded.

8. फलनों $f(x) = x$, $g(x) = e^x$ के लिए अन्तराल $[-1, 1]$ में द्वितीय मध्यमान प्रमेय को सत्यापित कीजिए। For the functions $f(x) = x$, $g(x) = e^x$, then verify the second mean value theorem in the interval $[-1, 1]$.

9. सिद्ध कीजिए कि एक घात श्रेणी अपने अभिसरण वृत्त के अन्दर प्रत्येक बिन्दु पर विश्लेषिक फलन निरूपित करता है। Prove that a power series represents an analytic function inside each point of its circle of convergence.

10. यदि एक फलन $f(z)$ सरल संवृत कंटूर C के अन्दर एवं ऊपर एक विश्लेषिक फलन हो तो C के अन्दर किसी बिन्दु z_0 पर इसके अवकलज का मान होगा :

If a function $f(z)$ is analytic within and on a simple closed contour C. Then its derivative at any point z_0 inside C is given by :

$$f'(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(z)}{(z-z_0)^2} dz.$$

11. कॉनवोलुशन प्रमेय का कथन व सिद्ध कीजिए।

State and prove Convolution theorem.