nullity (f) = dim U or ρ(f) + ν(f) = n(U) where dim U = n(U).

T. 3 H. **Analysis & Laplace Transforms IInd Paper M. M. 75**

**भाग–अ** 1.(a) विवृत समुच्चय तथा संवृत समुच्चय को परिभाषित कीजिए।

Define open set and closed set.

(b) एक वास्तविक संख्या का प्रतिवेश तथा समुच्चय का सीमा बिन्दु को परिभाषित कीजिए।

questionpaperresult.com

Scanned by CamScanner

Define Neighbourhodd of a real number and Limit point of a set.

(c) उपरि तथा निम्न रीमान समाकलन को परिभाषित कीजिए।
Define upper and lower Riemann integral.

(d) समाकलन फलन तथा पूर्वग को परिभाषित कीजिए।
Define integral function and primitive.

(e) सांतत्य तथा अवकलनीयता को परिभाषित कीजिए।
Define continuity and differentiability.

(f) घात श्रेणी का अभिसरण वृत एवं त्रिज्या को परिभाषित कीजिए।
Define circle and radius of convergence of power series.

(g) कोशी समाकल सूत्र का कथन कीजिए।
State Cauchy's integral formula.

(h) सममिश्र रेखा समाकल को परिभाषित कीजिए। Define complex line integral.

(i) लाप्लास तथा व्युत्क्रम रूपान्तरण को परिभाषित कीजिए।
Define laplace and inverse laplace transform.

(j) कन्वोल्यूशन प्रमेय का कथन कीजिए। State convolution theorem.

**भाग (ब) इकाई – I.** 1.(अ) सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{2}$ परिमेय संख्या नहीं है।
Prove that $\sqrt{2}$ is not a rational number. **अथवा / OR**

(ब) सिद्ध कीजिए कि परिमित संवृत समुच्चयों का संघ एक संवृत समुच्चय होता है।
Prove that the union of any collection of closed sets is a closed set.

**इकाई – II.** 2.(अ) यदि फलन f अन्तराल [a,b] पर परिभाषित एवं परिबद्ध वास्तविक फलन हो तथा m, M फलन के [a,b] में क्रमशः निम्चक तथा उच्चक हो तो सिद्ध कीजिए।

Let f be a real valued bounded function defined on [a,b] and m & M be infirium and supermum of f in [a,b] then prove that :

$m(b-a) \leq \angle(f,p) \leq \cup(f,p) \leq M(b-a) \forall P \in P[a,b]$. **अथवा / OR**

(ब) यदि $f(x) = x,\ x \in [0,1]$ तो सिद्ध कीजिए कि $f$ अन्तराल [0,1] पर R– समाकलनीय है। तथा If $f(x) = x,\ x \in [0,1]$ then show that $f$ is R– integrable on [0,1] and that

$$\int_0^1 x\,dx = \frac{1}{2}$$

**इकाई – III.** 3.(अ) सिद्ध कीजिए कि फलन $u(x,y) = x^3 - 3xy^2$ प्रसंवादी है तथा इसका संयुग्मी v(x,y) ज्ञात कीजिए ताकि f(z)=u(x,y)+iv(x,y) विश्लेषित फलन हो।

Prove that the function $u(x,y) = x^3 - 3xy^2$ is harmonic and obtain its conjugate v(x,y) such that f(z)=u(x,y)+iv(x,y) is analytic. **अथवा / OR**

(ब) निम्न घात श्रेणियों के अभिसरण त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
Find the radius of convergence of the following series :

(i) $\sum \frac{(-1)^n}{n} (z-2i)^n$ (ii) $\sum \left(\frac{n\sqrt{2}+i}{1+2in}\right) z^n$

**इकाई – IV.** 4.(अ) सिद्ध कीजिए कि यदि Z के प्रत्येक परिमित मान के लिए f(z) एक विश्लेषिक फलन हो तथा परिबद्ध हो तो यह अचर फलन होगा।

Prove that if a function f(z) is analytic for all finite values of Z and is bounded then it is a constant function. **अथवा / OR**

(ब) मान ज्ञात कीजिए। Find the value of

questionpaperesult.com

Scanned by CamScanner

$$\int_{[z]=1} \frac{\sin^6 z}{\left(z-\pi/6\right)^3}\, dz$$

इकाई–V. 5. (अ) मान ज्ञात कीजिए : Evaluate L[Ft] जहां Where

$$F(t) = \begin{cases} \sin\left(t-\pi/3\right), & t>\pi/3 \\ 0, & t<\pi/3 \end{cases}$$

अथवा / OR

(ब) मान ज्ञात कीजिए Evaluate :

(i) $L^{-1}\left[\dfrac{pe^{-u\pi p/5}}{p^2+25}\right]$ (ii) $L^{-1}\left[\dfrac{(p+1)e^{-\pi p}}{p^2+p+1}\right]$

भाग–स 1. वास्तविक संख्याओं के लिए वाइस्ट्रास प्रमेय का कथन कर सिद्ध कीजिए।

State and prove the Weierstras theorem for real numbers.

2. यदि वास्तविक मानीय फलन $f$ अन्तराल [a,b] पर परिबद्ध है तो सिद्ध कीजिए कि फलन $f$ तभी और केवल R- समाकलनीय है जबकि प्रत्येक $\in>0$ के लिए अन्तराल [a,b] का ऐसा कोई विभाजन P विद्यमान हो कि $0 \leq \cup(f,p) - L(f,p) < \in$

Let f be real valued bounded on [a,b]. Then prove that $f$ is R-integrable over [a,b] iff given $\in>0$ there exist a partition P of [a,b] such that

$0 \leq \cup(f,p) - L(f,p) < \in$

3. सिद्ध कीजिए कि फलन Prove that the function defined by

$f(z) = \dfrac{x^2 y^5 (x+iy)}{x^4+y^{10}}$, $z \neq 0$ तथा and $f(0)=0$ मूल बिन्दु पर विश्लेषिक नहीं है जबकि इस बिन्दु पर कोशी–रीमान समीकरण सन्तुष्ट है। is not analytic at the origin through Cauchy-Riemann equations are satisfied at the point.

4. माना कि एकशः सम्बद्ध प्रदेश G में f(z) विश्लेषिक फलन है। यदि G में C का संवृत कंटूर हो तो सिद्ध कीजिए कि Let f(z) is analytic in a simply connected domain G. If C is a closed contour lying in G then prove that

$$\int_C f(z)dz = 0$$

5. लॉप्लास रूपान्तरण की सहायता से हल कीजिए। Solve by Laplace transform.

$$t\frac{d^2y}{dx^2} + (1-2t)\frac{dy}{dt} - 2y = 0$$

दिया हुआ है। Given that $y(0)=1, \dfrac{dy}{dt}=2, t=0$

Mechanics II (Dynamics of Rigid Bodies and Hydrostatics)

questionpaperesult.com

Scanned by CamScanner