

Mechanics - II (Dynamics of Rigid Bodies and Hydrostatics)
T. 3 H. Third Paper M. M. 75

इकाई I.(अ) (i) M द्रव्यमान तथा a त्रिज्या के अर्द्ध वृत्ताकार पटल का सीमक व्यास के समान्तर स्पर्श रेखा के परितः जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कीजिए।

Find moment of inertia of a semi circular Lamina of mass M and radius a about a tangent parallel to the bounding diameter.

(ii) एक a त्रिज्या वाली एकसमान ऊर्ध्वाधर वृत्ताकार चकती, अपने केन्द्र से गुजरने वाली क्षैतिज अक्ष के परितः घूर्णन कर सकती है। चकती के द्रव्यमान के बराबर द्रव्यमान तथा इसकी परिधि के बराबर लम्बाई की एक पूर्ण लचीली रूक्ष जंजीर चकती के परिधि पर लटकी हुई संतुलित है। यदि जंजीर के एक सिरे को धीरे से सरकाया जाए तो प्रदर्शित कीजिए कि जब इसका दूसरा सिरा चकती तक पहुँचता है तब इसका वेग $\sqrt{\pi a g / 6}$ होगा।

A uniform vertical circular plate of radius a , is capable of revolving about a smooth horizontal axis through its centre; a rough perfectly flexible chain, whose mass is equal to that of plate & whose length is equal to its circumference hangs over its rim in equilibrium. If one end be slightly displaced, show that the velocity of the chain when the other end reaches the

plate is $\sqrt{\pi a g / 6}$

अथवा / OR

(ब) (i) a, b, c भुजाओं तथा M द्रव्यमान के त्रिभुज पटल ABC का A से तल के लम्बवत

अक्ष के परितः जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कीजिए।

Find moment of inertia (MI) of triangle plate ABC of mass M and sides a, b, c about a perpendicular axis to the plane through A.

(ii) एक $2a$ लम्बाई तथा m द्रव्यमान का रूख पटल एक चिकने क्षैतिज तल पर विरामावस्था में है। एक M द्रव्यमान वाला व्यक्ति इसके ऊपर एक सिरे से दूसरे सिरे की ओर चलता है तो इस समय में पटल द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए।

A rough uniform board of mass m and length $2a$, rests on a smooth horizontal plane and a man of mass M walks on it from one end to other. Find the distance through which the board moves in this time.

इकाई II.2. (अ) (i) एक h ऊँचाई तथा α अर्द्धशीर्ष कोण वाला ठोस शंकु अपने आधार के व्यास के परितः घूर्णन करता है। तुल्य सरल लोलक की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

A solid cone of height h and semi-vertical angle α , oscillates about a diameter of its base. Find the length of a simple equivalent pendulum.

(ii) M द्रव्यमान के दृढ़ पिण्ड के लिए सीमित बलों के अधीन द्विविम गति के समीकरण ज्ञात कीजिए। Derive equations of motion of a rigid body of mass M under finite forces in two dimensions. **अथवा / OR**

(ब) (i) दृढ़ पिण्ड के लिए घूर्णन अक्ष की प्रतिक्रिया ज्ञात कीजिए।

Find reaction of axis of rotation of a rigid body.

(ii) क्षैतिज से α कोण पर झुके चिकने तल पर एक बेलन लुढ़कता है। जो तल के उच्चतम बिन्दु से एक डोरी द्वारा स्थिर किया गया है तथा गति के साथ खुलता है। डोरी में तनाव ज्ञात कीजिए। A cylinder rolls down a smooth plane whose inclination to the horizontal is α , unwrapping, as it goes; a find string fixed to the highest point of the plane. Find tension of the string.

इकाई III. 3. (अ) (i) सिद्ध कीजिए कि एक समांगी द्रव में किसी भी प्रकार पूर्णतया निमज्जित त्रिभुजाकार पटल के गुरुत्व केन्द्र पर दाब उसके शीर्षों पर दाब के योग का एक तिहाई होता है। Prove that the pressure at the centre of gravity of a triangular Lamina wholly immersed in a homogeneous liquid in any manner, is one third the sum of the pressure at the angular points.

(ii) एक वर्ग एक द्रव में रखा है जिसकी एक भुजा द्रव की सतह में है। ज्ञात कीजिए कि वर्ग को दो भागों में बांटने वाली एक क्षैतिज रेखा किस प्रकार खींची जाय ताकि दोनों भागों में प्रणोद बराबर हो। A square is placed in a liquid with one side in the surface. Show how to draw a horizontal line in the square dividing into two portions, the thrust on which are the same. **अथवा / OR**

(ब) (i) एक समान वृत्ताकार नली में दो द्रव इस प्रकार डाले गये हैं कि प्रत्येक केन्द्र पर 90° के कोण अंतरित करता है। यदि दोनों मुक्त पृष्ठों को मिलाने वाला व्यास ऊर्ध्वाधर से 60° कोण पर झुका हो तो सिद्ध कीजिए कि दोनों द्रवों के घनत्वों में $\sqrt{3} + 1 : \sqrt{3} - 1$ का अनुपात है।

In a uniform circular tube two liquids are placed so as to subtend 90° angle at each at the centre. If the diameter joining the two free surfaces is inclined at 60° to the vertical, prove that the densities of the two liquids are $\sqrt{3} + 1 : \sqrt{3} - 1$.

(ii) एक खाली भारहीन बेलन को पानी से भरकर समतलीय सिरे की नेमि के एक बिन्दु से झुकाया गया है। यदि बेलन की ऊँचाई वृत्ताकार शीर्ष की त्रिज्या से दुगुनी हो तो सिद्ध कीजिए कि शीर्ष पर प्रणोद $1 : 3$ अनुपात में है। A hollow weightless cylinder filled with water

12/B.A./B.Sc. (Final) MATHEMATICS, 2014

is suspended freely from a point on the rim of its plane end. If the height of the cylinder be twice the radius of the circular ends, show that the thrust on the ends are in the ratio 1 : 3.

इकाई IV. (अ) (i) समान्तर चतुर्भुजीय पटल का दाब केन्द्र ज्ञात कीजिए जबकि इसकी एक भुजा मुक्त पृष्ठ में हो। Find the centre of pressure of parallelogram with one side in surface of a liquid.

(ii) एक आधार से बन्द लम्बवृत्तीय शंकु इस प्रकार रखा गया है कि उसका अक्ष क्षैतिज है। यदि यह जल से पूर्ण भरा है तो वक्र पृष्ठ के ऊपर के आधे भाग तथा नीचे के आधे भाग पर प्रणोद ज्ञात कीजिए। A hollow cone filled with water and closed, is held with its axis horizontal, find the resultant vertical pressure on the upper half and lower half of its curved surface.

अथवा / OR
(ब) (i) एक अर्धवृत्तीय पटल जिसकी त्रिज्या a है किसी द्रव में ऊर्ध्वाधर इस प्रकार डूबा है कि इसका व्यास क्षैतिज a तथा b गहराई पर है। यदि परिधि केन्द्र के नीचे हो तो दाब केन्द्र की गहराई ज्ञात कीजिए। A semi circular area of radius a is immersed vertically with its diameter horizontal at a and depth b . If the circumference be below the centre, find the depth of centre of pressure.

(ii) a त्रिज्या का खोखला गोला जल से पूर्ण भरा है। जल के मुक्त पृष्ठ के नीचे c गहराई पर एक क्षैतिज तल से विभक्त गोले के पृष्ठ के दोनों भागों पर परिणामी ऊर्ध्वाधर प्रणोद ज्ञात कीजिए। A hollow sphere of radius a is just filled the water. Find the resultant vertical thrusts on the two portions into which the surface is divided by a horizontal plane at a depth c below the centre.

इकाई V. 5. (i) एक लम्बवृत्तीय बेलन, जिसका विशिष्ट घनत्व ρ_1 है, जल में इस प्रकार तैरता है कि अक्ष ऊर्ध्वाधर तथा एक तिहाई बाहर रहे। यदि वायु का विशिष्ट घनत्व ρ_2 हो तो सिद्ध कीजिए कि $3\rho_1 = 2 + \rho_2$ । A right circular cylinder of specific gravity ρ_1 floats in water with its axis vertical and one third being above the water. If ρ_2 be the specific gravity of air, prove that $3\rho_1 = 2 + \rho_2$.

(ii) तैरते पिण्डों के आप्लव केन्द्र और स्थायित्व को समझाइये।

Explain the Meta centre and stability of floating bodies. **अथवा / OR**

(अ) (i) आधार सहित पतला खोखला शंकु जल में पूर्णतः निमज्जित है जो कहीं पर भी रख पर तैरता है। शीर्ष कोण ज्ञात कीजिए।

A thin hollow cone with a base floats completely immersed in water wherever it is placed. Find the vertical angle of the cone.

(i) एक ही आधार पर स्थित एक गोलार्ध तथा एक शंकु को जोड़कर बनाया गया ठोस पिण्ड इस प्रकार तैरता है कि गोलाकार भाग अंशतः डूबा रहे। सिद्ध कीजिए कि स्थायित्व के अविरोधी शं की अधिकतम ऊँचाई आधार की त्रिज्या $\sqrt{3}$ गुणा है।

A solid body consists of a right cone joined to hemisphere on the same base and floats with the spherical portion partly immersed; prove that the greatest height of the cone consistent with the stability is $\sqrt{3}$ times the radius of the base.