

Mechanics-II (Dynamics of Rigid Bodies and Hydrostatics)

T. 3 H.

Third Paper

M. M. 75

भाग-अ 1. एक समतल पटल का किसी रेखा के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण लिखिए जोकि x-अक्ष के साथ उसी तल में कोण θ पर झुकी हो। Write moment of inertia of plane lamina about a line inclined at an angle θ with x-axis lying in the plane of lamina.

2. एक दृढ़ पिण्ड के घूर्णन अक्ष के परित गति का समीकरण लिखिए।

Write the equation of motion of a body about the axis of rotation.

3. एक पिण्ड लोलक का दोलन काल लिखिए।

Write the expression for time of oscillation of a compound pendulum.

4. दो विमा में गतिशील पिण्ड का कोणिय संवेग लिखिए। Write the expression for the angular momentum of a body moving in two dimension.

5. एक बिन्दु पर तरल दाब की परिभाषा दीजिए। Define fluid pressure at a point.

6. विशिष्ट घनत्व को परिभाषित कीजिए। Define specific gravity.

7. एक तरल में निम्नजित एक वक्र पृष्ठ पर परिणामी उर्ध्वाधर दाब की परिभाषा दीजिए।

Define resultant virtual thrust on curved surface immersed in a liquid.

8. दाब केन्द्र की परिभाषा दीजिए। Define centre of pressure.

9. उत्प्लावन धरातल की परिभाषा लिखिए। Define surface of bouoyancy.

10. प्लवमान सिद्धान्त को लिखिए। Write the principle of floatation.

भाग (ब) इकाई - I.11.(अ) एक अर्धवृत्ताकार पटल का एक सीमक व्यास तथा किसी एक सिरे पर स्पर्श रेखा के परित जड़त्व गुणनफल ज्ञात कीजिए।

Find product of inertia of a semi circular lamina about a bounding diameter and tangent at one of its extremity.

अथवा / OR

(ब) डी. अलेम्बर्ट सिद्धान्त लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove D'Alembert's principle.

इकाई - II. 12.(अ) एक एकसमान दीर्घवृत्तीय पटल अपने तल के लम्बवत् तथा एक नाभि में से गुजरने वाली क्षैतिज अक्ष के सापेक्ष दोलन करती है। यदि दोलन केन्द्र दूसरी नाभि हो तो प्रदर्शित कीजिए कि इसकी उत्केन्द्रता $\sqrt{\frac{2}{5}}$ है।

कीजिए कि इसकी उत्केन्द्रता $\sqrt{\frac{2}{5}}$ है।

B. Sc. / B. A. (Final) MATHEMATICS, 2016 / 5

A uniform elliptic board swing about a horizontal axis at right angles to the plane of the board and passing through one focus. If the centre of oscillation be the other focus, prove that its eccentricity is $\sqrt{\frac{2}{5}}$ अथवा / OR

(ब) सीमित बलों के अधीन दो विमा में गतिशील पिण्ड के गति का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Derive equation of motion in two dimension of a rigid body moving under finite forces.

इकाई-III. 13.(अ) यदि ρ तथा ρ' घनत्व के दो तरल ($\rho < \rho'$) एक U- नली में मिलते हैं जिसकी भुजाएँ क्रमशः m तथा n इंच हैं, तो सिद्ध कीजिए कि नली को पूर्णतया भरने हेतु हल्के तरल के स्तम्भ की ऊँचाई उनके परस्पर मिलने के क्षैतिक समतल से $\frac{\rho'(m-n)}{(\rho'-\rho)}$ होनी चाहिए।

If ρ and ρ' be the densities of two fluids ($\rho < \rho'$) and the length of the arms of a U-tube in which they meet be m and n inches respectively, prove that in order that the tube may be completely filled, the height of the column of the lighter fluid above the horizontal plane in which they meet must be

$$\frac{\rho'(m-n)}{(\rho'-\rho)}$$

अथवा / OR

(ब) एक त्रिभुज ABC, जिसका तल उर्ध्वाधर है, भुजा AB को मुक्त पृष्ठ में रखते हुए एक द्रव में डुबोया गया है। यदि ΔABC के परिगत वृत्त का केन्द्र O हो तो सिद्ध कीजिए कि :

A triangle ABC is immersed in a liquid, its plane being vertical and the side AB in the surface. If O be the centre of circumcircle of ΔABC .

Prove that
$$\frac{\text{Pressure on } \Delta OCA}{\text{Pressure on } \Delta OCB} = \frac{\sin 2B}{\sin 2A}$$

इकाई - IV. 14.(अ) एक अर्ध-वृत्तीय पटल द्रव में इस प्रकार डुबा है कि उसका व्यास मुक्त-पृष्ठ में हैं। दाब केन्द्र ज्ञात कीजिए। A semi-circular lamina is immersed in a liquid with the diameter in the surface. Find the centre of pressure. अथवा / OR

(ब) एक शंकवाकार गिलास को जल से भरकर मेज पर प्रतिलोमित स्थिति में रखा गया है। दिखाओ कि जल का गिलास पर परिणामी प्रणोद मेज पर के प्रणोद का दो-तिहाई है।

A conical glass is filled with water and placed in an inverted position upon a table : Show that the resultant vertical thrust of the water on the glass is two third that on the table.

इकाई - V. 15.(अ) W भार की पतली छड़ का एक सिरा नगण्य आयतन के भार P से भारित

है। यदि छड़ अनन्त दिशा में जल में इस प्रकार तैरती है कि उसकी लम्बाई का $\left(\frac{1}{n}\right)$ वां भाग जल से

बाहर है, तो सिद्ध कीजिए कि $(n-1)P = W$.

A thin rod of weight W is loaded at one end with a weight P of insignificant volume. If the rod floats in an inclined position with $\left(\frac{1}{n}\right)$ th of its

length out of water, prove that $(n-1)P = W$.

अथवा / OR

(ब) एक लकड़ी का बेलन जिसकी लम्बाई h और जिसका आपेक्षिक घनत्व $\frac{3}{4}$ है, जल और तेल में इस प्रकार तैरता है कि अक्ष उर्ध्वाधर रहे। तेल का आपेक्षित घनत्व $\frac{1}{2}$ है और तेल के संस्पर्श में

बेलन की लम्बाई $a \left(< \frac{1}{2} h \right)$ है। ज्ञात करो कि बेलन की कितनी लम्बाई द्रवों के बाहर है ?

6 / B. A. / B. Sc. (Final) MATHEMATICS, 2016

भी ज्ञात करो कि तेल की कितनी अतिरिक्त ऊँचाई बेलन को ढक देगी।

A cylinder of wood (Specific gravity $3/4$) of length h , floats with its axis vertical in water and oil (specific gravity $1/2$), the length of the solid in contact with the oil being a ($< \frac{1}{2}h$). Find how much of the wood is above the liquids? Also find to what additional depth must oil be added so as to cover the cylinder.

भाग-स 1. यदि $2a$ लम्बाई की एक छड़, एक सिरे से जुड़ी डोरी द्वारा लटकाई गई यदि डोरी एवं छड़ एक समान कोणिय वेग से उर्ध्व के परितः परिक्रमा करते हैं तथा उर्ध्व से उनका झुकाव क्रमशः θ एवं ϕ हो तो सिद्ध कीजिए :

A rod of length $2a$, is suspended by a string of length l attached to one end, if the string and rod revolve about the vertical with uniform angular velocity and their inclination to the vertical be θ and ϕ respectively show that :

$$\frac{3l}{a} = \frac{(4 \tan \theta - 3 \tan \phi) \sin \phi}{(\tan \phi - \tan \theta) \sin \phi}$$

2. एक पतली एक समान छड़ का एक एक सिरा एक चिकने कब्जे से जुड़ा हुआ है तथा यह क्षैतिज स्थिति से गिरने के लिए तैयार है। प्रदर्शित कीजिए कि जब छड़ उर्ध्वाधर के साथ 45° का कोण अन्तरित करती है तो कब्जे पर क्षैतिक खिंचाव अधिकतम है और तब उर्ध्वाधर खिंचाव छड़ के भार का $11/8$ गुना है। A thin uniform rod has one end attached to a smooth hinge and is allowed to fall from a horizontal position. Show that the horizontal strain on the hinge is greatest when the rod is inclined at an angle of 45° to the vertical, and that the vertical strain is then $11/8$ times the weight of the rod.

3. एक परवलयीय आकृति की नली, जिसका शीष नीचे की ओर अक्ष उर्ध्वाधर है, दो भिन्न द्रवों से भरी गई है जिनके घनत्व क्रमशः δ तथा δ^1 है। यदि द्रवों के मुक्त पृष्ठों की नाभि से दूरियाँ क्रमशः r , r^1 हो तो प्रदर्शित कीजिए कि उनके उभयनिष्ठ पृष्ठ की नाभि से दूरी है : A tube is the form of a parabola, held with its vertex downwards liquids of densities δ and δ^1 : If the distances of the free surfaces of the liquids from the focus be r and r^1 respectively, show that the distance of their common surface from the focus is :

$$\frac{r\delta - r^1\delta^1}{\delta - \delta^1}$$

4. एक दीर्घवृत्त जल में ठीक इस प्रकार निभज्जित है कि दीर्घअक्ष उर्ध्वाधर है। दिखाओ कि यदि दाब-केन्द्र नाभि के सम्पाती हो तो दीर्घवृत्त की उत्केन्द्रता $1/4$ होगी। An ellipse is just immersed in water with its major axis vertical. Show that, if the centre of pressure coincides with the focus, the eccentricity of the ellipse must be $1/4$.

5. एक ठोस शंकु, जिसका अर्धशीर्ष कोण α , ऊँचाई h और विशिष्ट घनत्व σ है, एक द्रव में जिसका विशिष्ट घनत्व ρ है, इस प्रकार सन्तुलन में तैर रहा है कि उसका अक्ष उर्ध्वाधर है। वह प्रतिबन्ध ज्ञात करो जिसके अन्तर्गत सन्तुलन स्थायी है।

A solid cone of semi vertical angle α specific gravity σ Floats in equilibrium in the liquid of specific gravity ρ , with its axis vertical and vertex down wards. Determine the condition for which the equilibrium is stable.