

Mechanics-II (Dynamics of Rigid Bodies and Hydrostatics)

T.3 H.

Third Paper

M.M. 75

- भाग-अ 1. जड़त्व गुणनफल की परिभाषा लिखिए। Define product of inertia.
2. डी अलेम्बर्ट का सिद्धान्त लिखिए। Write D'Alembert's Principle.
3. पिण्ड लोलक की परिभाषा लिखिए। Define compound Pendulum.
4. द्विविम गतिशील पिण्ड की गति के समीकरण लिखिए।

Write the equations of motion of a body moving in two dimension.

5. पास्कल नियम को परिभाषित कीजिए। Define Pascal's Law.

6. एक संभागी द्रव में निमज्जित एक समतलीय पृष्ठ पर सम्पूर्ण दाब का व्यंजक लिखिए।

Write the expression for the whole pressure on a plane surface immersed

in a homogeneous liquid.

7. परिणामी क्षैतिज प्रणोद को परिभाषित कीजिए।

Define resultant Horizontal Thrust.

8. आर्किमीडीज सिद्धान्त को लिखिए। Define Archimedes Principle.

9. दो या अधिक द्रवों में तैरते एक पिण्ड पर सन्तुलन के प्रतिबन्ध लिखिए।

Write the conditions of equilibrium of a floating body in two or more liquids.

10. उत्प्लवन-वक्र की परिभाषा लिखिए। Define curve of buoyancy.

भाग (ब) इकाई - I. (अ) M द्रव्यमान तथा a त्रिज्या की वृत्ताकार चकरी का इसके व्यास के परितः जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कीजिए। Find moment of Pnertia of a circular disc of Mass M and radius a about its diameter.

अथवा / OR

(ब) दो एक समान गोले, प्रत्येक का द्रव्यमान M और त्रिज्या a, दो एक समान पतली छड़ों प्रत्येक का द्रव्यमान M तथा लम्बाई l, के सिरों पर दृढ़तापूर्वक स्थित किए गए हैं। छड़ों के दूसरे सिरे बिन्दु O पर एक कब्जे से स्वतन्त्रता पूर्वक जुड़े हैं। पूरा निकाय भाप के इंजन के गवर्नर में, की भाँति O से गुजरने वाली ऊर्ध्व-रेखा के परितः कोणीय वेग w से घूर्णन करता है। प्रदर्शित कीजिए कि जब गति-नियमित हो, तब छड़ों का ऊर्ध्व के साथ झुकाव θ है, जहाँ θ निम्न समीकरण से प्राप्त होता है।

Two uniform spheres, each of Mass M and radius a, are firmly fixed to the ends of two uniform thin rods. each of mass M and lenght l and the other ends of the rods are freely hinged to a point O. The whole system revolves as in the governor of a steam engine. about a verticle line through O with the angular velocity W. Show that when the motion is steady, the rods are inclined to the verticle at an angle θ given by the equation.

$$\cos \theta = \frac{g}{w^2} \cdot \frac{M(l+a) + \frac{1}{2}Ml}{M(l+a)^2 + \frac{1}{3}ml^2}$$

इकाई - II. (अ) एक ठोस एक समान शंकु जिसकी ऊँचाई h तथा ऊर्ध्वाधर शीर्ष कोण 2α है, अपने शीर्ष में से गुजरने वाली क्षैतिज अक्ष के सापेक्ष दोलन करता है। प्रदर्शित कीजिए कि तुल्य सरल लोलक की लम्बाई $\frac{1}{5}(\tan^2 \alpha + 4)h$ है।

A solid homogeneous cone of height h and vertical angle 2α oscillates about a horizontal axis through its vertex show that the length of the simple equivalent pendulum is $\frac{1}{5}(\tan^2 \alpha + 4)h$.

अथवा / OR

(ब) 2a लम्बाई की एक रूक्ष एक समान छड़ रूक्ष मेज के किनारे के लम्बवत् रखी है। प्रारम्भ में इसका गुरुत्व केन्द्र यदि किनारे से b दूर है तथा यदि घर्षण गुणांक μ हो तो सिद्ध कीजिए कि छड़ फिसलना प्रारम्भ करेगी जब यह निम्न कोण से मुड़ चुकती है। A rough uniform rod of length 2a is placed on a rough table at right angles to its edge, if its CG be initially at distance b beyond the edge. If μ be the coefficient of friction, show that the rod will begin to slide when it has turned through an angle.

$$\tan^{-1} \left(\frac{\mu a^2}{a^2 + 9b^2} \right)$$

6 / B.A. / B.Sc. (Final) MATHEMATICS, 2017

इकाई-III. (अ) सिद्ध कीजिए कि एक समांगी द्रव में किसी भी प्रकार पूर्णतया निमज्जित त्रिभुजाकार पटल के गुरुत्व केन्द्र पर दाब उसके शीर्षों पर दाबों के योग का एक तिहाई होता है।

Prove that the pressure at the centre of gravity of a triangular lamina wholly immersed in a homogeneous liquid in any manner, is one third the sum of the pressure at the angular points. **अथवा / OR**

(ब) एक खोखला भारहीन शंकु जिसका अर्धशीर्ष कोण α और ऊँचाई h है जल से भरा है तला आधार नेमि के एक बिन्दु से निर्बाध लटका है। सिद्ध कीजिए कि आधार पर जल का प्रणोद है।

A hollow weightless cone of semivertical angle α and of height h is filled with liquid and freely hung from a point on the rim of base. Show that the thrust of the water on the base is.

$$\frac{4\pi h^3 \tan^3 \alpha \sin \alpha \cdot w}{\sqrt{1+15\sin^2 \alpha}}$$

इकाई - IV. (अ) द्रव में पूर्ण निमज्जित ऊर्ध्वाधर व्रत का दाब केन्द्र ज्ञात कीजिए जबकि इसकी त्रिज्या a तथा मुक्त पृष्ठ से केन्द्र की गहराई h हो।

Find the centre of pressure of a vertical circle of radius a totally immersed in a liquid with its centre at a depth h below the free surface. **अथवा / OR**

(ब) एक बन्द बेलनाकार पात्र, जिसके सिरे अर्ध गोल हैं जल से भरा है इसको इस प्रकार रखा गया है कि इसका अक्ष क्षैतिज है। इसके सिरे पर परिणामी प्रणोद ज्ञात कीजिए तथा इसकी क्रिया रेखा निश्चित कीजिए। A closed cylindrical vessel with hemispherical ends is filled with water and placed with its axis horizontal. Find the resultant thrust on each of the ends and determine its line of action.

इकाई - V. (अ) एक आधार सहित पतला खोखला शंकु जल में पूर्णतः निमज्जित है जो कहीं पर भी रखने पर तैरता है। दिखाओ कि इसका शीर्ष कोण $2 \sin^{-1}(\frac{1}{3})$ है।

A thin hollow cone with a base floats completely immersed in water whenever it is placed. Show that the vertical angle of the cone is $2 \sin^{-1}(\frac{1}{3})$.

अथवा / OR

(ब) एक ठोस बेलन किसी द्रव में इस प्रकार तैर रहा है कि उसका अक्ष ऊर्ध्वाधर रहे। यदि बेलन तला द्रव के विशिष्ट घनत्वों में अनुपात σ हो तो सिद्ध कीजिए कि सन्तुलन स्थायी होगा। जबकि आधार के त्रिज्या और ऊँचाई में अनुपात $\sqrt{2\sigma(1-\sigma)}$ से अधिक है।

A solid cylinder floats in a liquid with its axis vertical. If the ratio of the sp.gr. of the cylinder to that of the fluid be σ prove that the equilibrium is stable if the ratio of the radius of the base to the height be greater than.

$$\sqrt{2\sigma(1-\sigma)}$$

भाग-स 1. 2a लम्बाई की एक समान छड़ OA, अपने एक सिरे O के परितः स्वतन्त्रता पूर्वक घूम सकती है। यदि छड़ O से गुजरने वाली ऊर्ध्वाधर OZ के परितः एक समान कोणीय-वेग w से घूमती है तथा OZ के साथ एक अचर कोण α बनाती है तो सिद्ध कीजिए कि कोण α या तो शून्य है या

A uniform rod OA of length $2a$, free to turn about end O, revolves with uniform angular velocity w about a vertical axis OZ through O, and is inclined at a constant angle α to OZ. Show that the value of α is either zero or $\cos^{-1}(3g/4aw^2)$

B. Sc. / B. A. (Final) MATHEMATICS, 2017 / 7

2. m संहति के दो समान बेलन एक अप्रत्यास्थ डोरी से परस्पर बन्धे हैं जिसमें तनाव T है तथा α झुकाव वाले नत तल पर लुढ़कते हैं, उनके अक्ष क्षैतिज रहते हैं। यदि बेलन के मध्य घर्षण गुणांक μ है, तो प्रदर्शित कीजिए कि उनका त्वरण

Two equal cylinders each of mass m are bound together by an elastic string whose tension is T and roll with their axes horizontal down a rough plane of inclination α . If μ is the coefficient of friction between the cylinders, show that their acceleration is

$$\frac{2}{3}g \sin \alpha \left[1 - \frac{2\mu T}{mg \sin \alpha} \right]$$

3. सिद्ध कीजिए कि एक सामांगी द्रव में किसी भी प्रकार पूर्णतया निमज्जित त्रिभुजाकार पट के गुरुत्व केन्द्र पर दाब उसके शीर्षों पर दाबों के योग का एक तिहाई होता है।

Prove that the Pressure at the centre of Gravity of a triangular lamina wholly Immersed in a homogeneous liquid in any manner, is one third the sum of the Pressure at the angular points.

4. एक पखलायिक पटल किसी एक सम घनत्व के तरल के ऊर्ध्वारतः इस प्रकार स्थित है कि नाभिलम्ब मुक्त पृष्ठ में हैं। दाब केन्द्र ज्ञात कीजिए।

A parabolic lamina is held vertically under a fluid of Uniform density such that the latus rectum is in the free surface. Find the centre of Pressure.

5. एक समबाहु त्रिकोणीय पटल शीर्ष A से निर्बाध लटकाया गया इस प्रकार स्थित है कि उसकी भुजा AB ऊर्ध्वाधर और भुजा ऐसी एक भारी द्रव से मुक्त धारातल से द्विभाजित होती है। सिद्ध करो कि पटल के घनत्व और द्रव के घनत्व में 15:16 का अनुपात है।

An equilateral triangular lamina suspended freely from A, vests with its side AB Vertical and the side AC bisected by the surface of a heavy liquid. Prove that the density of the lamina is to that liquid as 15:16.