

dt

**Mechanics-II (Dynamics of Rigid Bodies and Hydrostatics)**

**T. 3 H.**

**Third Paper**

**M. M. 75**

भाग-अ 1. परिभ्रमण त्रिज्या को परिभाषित कीजिए। Define Radius of Gyration.

2. डी अलेम्बर्ट के सिद्धान्त द्वारा पिण्ड की गति के व्यापक समीकरणों को लिखिए। Write the general equations of motion of rigid body from D'Alembert's Principle.

3. पिण्ड लोलक को परिभाषित कीजिए।

Give the definition of compound Pendulum.

4. कोणीय संवेग का सूत्र लिखिए। Write the formula for angular momentum.

5. आदर्श तरल की व्याख्या कीजिए। Explain the perfect fluid.

6. किसी पृष्ठ पर सम्पूर्ण दाब को परिभाषित कीजिए।

Explain the whole Pressure of a fluid on any surface.

7. दाब केन्द्र को परिभाषित कीजिए। Define the centre of Pressure.

8. वक्रपृष्ठ पर परिणामी ऊर्ध्वाधर प्रणोद की व्याख्या कीजिए।

Explain the resultant vertical thrust on a curved surface.

9. उत्प्लावकता बल को परिभाषित कीजिए। Define the force of Buoyancy.

10. आप्लव केन्द्र का सूत्र लिखिए। Write the formula for Meta-Centre.

**B. Sc. / B. A. (Final) MATHEMATICS, 2018 / 5**

**भाग (ब) इकाई - I.** (अ) M द्रव्यमान, h ऊँचाई तथा a आधार की त्रिज्या वाले लम्ब ठोस शंकु का इसकी अक्ष के पारित जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कीजिए।

Find the moment of inertia of a right solid cone of mass M, height h and radius of base is a, about its axis. **अथवा / OR**

(ब) एक 2a लम्बाई तथा m द्रव्यमान की एक समान छड़ अपने एक स्थिर सिरे के परितः स्वतन्त्रता पूर्वक घूम सकती है। छड़ अपनी प्रारम्भिक ऊर्ध्वाधर स्थिति से कोणीय वेग w से घूमना प्रारम्भ करती है, तब किसी भी क्षण इसका कोणीय वेग ज्ञात कीजिए।

A uniform rod of mass m and length 2a can turn freely about its one end which is fixed; it is started with angular velocity w from the position in which it hangs vertically, find its angular velocity at any instant.

**इकाई - II.** (अ) a तथा b अक्ष का दीर्घवृत्त और b त्रिज्या का एक वृत्त, एक ही पतली एक समान धातु की चद्दर से काटे गये हैं तथा केन्द्रों को सम्पाती रखते हुए एक दूसरे के साथ चिपकाए गये हैं। यह आकृति अपने तल में अपनी दीर्घ अक्ष के एक सिरे के परितः घूमने के लिए स्वतन्त्र है। प्रदर्शित कीजिए कि तुल्य सरल लोलक की लम्बाई है।

An Ellipse of axes a and b and a circle of radius b are cut from the same sheet of thin uniform metal and are superposed and fixed together with their centres coincident. The figure is free to move in its own vertical plane about one end of the major axis, show that the length of the equivalent simple pendulum is:

$$\frac{5a^2 - ab + 2b}{4a}$$

**अथवा / OR**

(ब) घूर्णन अक्ष की प्रतिक्रिया ज्ञात कीजिए जबकि एक दृढ़ पिण्ड बलों के आधीन इस अक्ष के परितः इस प्रकार घूर्णन करता है कि पिण्ड एवं बल दोनों ही, अक्ष के लम्बवत् एवं गुरुत्व केन्द्र से गुजरने वाले समतल के सममित हों एवं मान ले कि गुरुत्व बल ही बाह्य बल है।

Find the reactions of the axis of rotation when a rigid body rotates about it under the action of forces such that both the body and forces are symmetrical with respect to the plane through the centre of gravity perpendicular to the axis and let gravity be the only external force.

**इकाई-III.** (अ) ऊर्ध्वाधर समतल में स्थित एक पतली वृत्ताकार नली के कुछ भाग में  $\delta$  घनत्व का एक द्रव भरा हुआ है, जो केन्द्र पर समकोण अन्तरित करता है तथा कुछ भाग में  $\delta'$  घनत्व का द्रव भरा हुआ है जो  $\alpha$  कोण अन्तरित करता है। यदि उभयनिष्ठ पृष्ठ से जाने वाली त्रिज्या ऊर्ध्वाधर से  $\theta$  कोण बनाती है, तो सिद्ध कीजिए कि-

A fine circular tube in the vertical plane contains a column of liquid of density  $\delta$ , which subtends a right angle at the centre, and a column of density  $\delta'$  subtending angle  $\alpha$ . If  $\theta$  is the angle that radius through the common surface makes with the vertical, prove that-

$$\tan \theta = \frac{\delta - \delta' + \delta' \cos \alpha}{\delta + \delta' \sin \alpha}$$

**अथवा / OR**

(ब) एक त्रिभुजाकार पटल ABC एक द्रव में इस प्रकार निमाज्जित किया गया है कि इसकी भुजा AB द्रव की धरातल में है और AC में एक बिन्दु D इस प्रकार लिया गया है कि त्रिभुजों BAD तथा BDC पर दाब बराबर हो। अनुपात AD : DC ज्ञात कीजिए।



## 6 / B.A. / B.Sc. (Final) MATHEMATICS, 2018

A triangular lamina ABC is immersed in a liquid with its side AB in the surface of the liquid and a point D is taken in AC, such that pressure on the triangles BAD and BDC are equal. Find the ratio AD : DC.

इकाई - IV. (अ) एक समलम्ब चतुर्भुज जल में इस प्रकार डुबाया गया है कि भुजा 'a' मुक्त-पृष्ठ में और समान्तर भुजा 'b' मुक्त पृष्ठ से नीचे h गहराई पर है। सिद्ध करो कि इसके दाब केन्द्र की गहराई है :

Prove that the depth of the centre of pressure of a trapezium immersed in water with the side 'a' in free surface and the parallel side 'b' at a depth h below the surface is :

$$\left( \frac{a+3b}{a+2b} \right) \cdot \frac{h}{2}$$

अथवा / OR

(ब) एक जल से भरे हुए अर्धगोल कटोरे को उलट कर इस प्रकार रखा गया है कि उसका तल क्षैतिज मेज से स्पर्श करें। दिखाओ कि उसके पृष्ठ पर परिणामी उर्ध्वाधर प्रणोद मेज पर के प्रणोद का एक तिहाई है। A Hemispherical bowl is filled with water and inverted and placed with its plane base in contact with a horizontal table; show that the resultant vertical thrust on its surface is one-third of the thrust on the table.

इकाई - V. (अ) छोटे परिच्छेद और  $\rho$  घनत्व की छड़ के एक सिरे पर सीसे का एक कण, जिसका भार छड़ के भार का  $\frac{1}{n}$  गुना है, जुड़ा है। सिद्ध करो कि छड़  $\sigma$  घनत्व के द्रव में किसी भी झुकाव पर तैरेगी जबकि

3

A rod of small section and of density  $\rho$ , has a small piece of lead of weight  $\left(\frac{1}{n}\right)^{th}$  that of the rod attached to one extremity. Prove that the rod will float at any inclination in a liquid of density  $\sigma$ , if

$$(n+1)^2 \cdot \rho = n^2 \sigma$$

अथवा / OR

(ब) एक ठोस शंकु, जिसका अर्द्ध शीर्ष कोण  $\alpha$ , ऊँचाई h तथा विशिष्ट घनत्व  $\sigma$  है, एक द्रव में जिसका विशिष्ट घनत्व  $\rho$  है, इस प्रकार सन्तुलन में तैर रहा है कि उसका अक्ष ऊर्ध्वाधर है, वह प्रतिबन्ध ज्ञात करो कि जिसके अन्तर्गत सन्तुलन स्थायी है।

A solid cone of semi vertical angle  $\alpha$  specific gravity  $\sigma$  floats in equilibrium in the liquid of specific gravity  $\rho$ , with its axis vertical and vertex downwards. Determine the condition for which the equilibrium is stable.

भाग-स 1. एक a त्रिज्या वाली एक समान ऊर्ध्वाधर वृत्ताकार चकती, अपने केन्द्र से गुजरने वाली क्षैतिज अक्ष के पारित घूर्णन कर सकती है। चकती के द्रव्यमान के बराबर तथा इसकी परिधि के बराबर लम्बाई की एक पूर्ण लचीली रुख जंजीर चकती के किनारे (परिधि) पर लटकी हुई सन्तुलित है यदि जंजीर के एक सिरे को धीरे से सरकाया जाए तो प्रदर्शित कीजिए कि जब इसका दूसरा सिरा चकती तक पहुँचता है तब इसका वेग होगा।

A uniform vertical circular plate of radius a is capable of revolving about a smooth horizontal axis through its centre, a rough perfectly flexible chain, whose mass is equal to that of the plate and whose length is equal to its circumference, show that the velocity of the chain when the other end reaches the plate is  $\sqrt{\frac{\pi a g}{6}}$ .



2. एक समान छड़ का एक सिरा क्षैतिज मेज के सम्पर्क में है तथा यह झुकाव कोण  $\alpha$  पर रोकी हुई है, घर्षण गुणांक  $\mu$  है। यदि इसे छोड़ दिया जाये तो सिद्ध कीजिए कि यह सरकना प्रारम्भ करेगी, यदि-

A uniform rod is held at an inclination  $\alpha$  to the horizon with one end in contact with a horizontal table whose coefficient of friction is  $\mu$ . If it be then released, show that it will commence to slide of

$$\mu < \frac{3\sin\alpha\cos\alpha}{1+3\sin^2\alpha}$$

3. एक खोखले शंकु, जिसकी अक्ष ऊर्ध्वाधर तथा आधार नीचे की ओर है, दो समान आयतन वाले द्रवों से भरा है जिनके घनत्वों का अनुपात 3:1 है प्रदर्शित कीजिए कि आधार पर प्रणोद, उस प्रणोद का  $\left\{3 - (4)^{1/3}\right\}$  गुणा होगा, जबकि बर्तन हल्के वाले द्रव से भरा होगा।

A hollow cone, whose axis is vertical and base downwards is filled with equal volumes of two liquid whose densities are in the ratio 3:1. Show that the thrust on the base is  $\left\{3 - (4)^{1/3}\right\}$  times as much as it is when the vessel is filled with the lighter liquid.

4. एक अर्धगोल कटोरा जल से भरा है। केन्द्र से होकर जाने वाले ऊर्ध्वाधर व्यासीय तल से विभक्त कटोरे के अर्द्ध पृष्ठ पर क्षैतिज प्रणोद ज्ञात कीजिए तथा दिखाओ कि यह सम्पूर्ण पृष्ठ पर परिणामी ऊर्ध्वाधर प्रणोद के परिमाण का  $\left(\frac{1}{\pi}\right)$  है।

A hemispherical bowl is filled with water, find the horizontal fluid thrust on one half of the surface divided by a diametral plane, and show that it is :

$\left(\frac{1}{\pi}\right)$  of the magnitude of the resultant fluid vertical thrust on the whole surface.

5. किसी द्रव के मुक्त धरातल से  $h(<2a)$  ऊँचाई पर स्थित एक सिरे पर कोई एक समान मोटाई की छड़ जिसकी लम्बाई  $2a$  है, निर्बाध घूम सकती है। यदि छड़ और द्रव के घनत्व क्रमशः  $\rho$  और  $\sigma$  है, तो दिखाओ कि छड़ या तो ऊर्ध्वाधरतः स्थिति में अन्यथा ऊर्ध्वाधरत से  $\theta$  कोण पर आनत स्थिति में सन्तुलित होगी जबकि

A uniform rod of length  $2a$  can turn freely about one end which is fixed at a height  $h(<2a)$  above the surface of the liquid. If the densities of the rod and the liquid be  $\rho$  and  $\sigma$ ; show that the rod can rest either in a vertical position or inclined at angle  $\theta$  to the vertical such that

$$\cos\theta = \frac{h}{2a} \sqrt{\frac{\sigma}{\sigma-\rho}}$$