

to a fixed point O in the plane. Obtain the differential equation of its path.

## B. Sc. / B. A. (Part-II) MATHEMATICS, 2013

### T. 3 H. Numerical Analysis and Linear Programming First Paper M.M. 75

नोट :- (1) प्रश्न-पत्र पाँच इकाइयों में विभाजित है। प्रत्येक इकाई में दो प्रश्न दिए हुए हैं। प्रत्येक इकाई में से केवल एक प्रश्न का उत्तर दीजिए। (2) सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

इकाई I. 1. (अ)  $\alpha$ ,  $\beta$  तथा  $\gamma$  में सम्बन्ध ज्ञात कीजिए, जबकि  $\alpha + \beta x + \gamma x^2$  एक पद में क्रमगुणित संकेतन में व्यक्त किया जा सके।

Find the relation between  $\alpha$ ,  $\beta$  and  $\gamma$  in order that  $\alpha + \beta x + \gamma x^2$  may be expressible in one term in the factorial notation.

(ब) लाग्रान्ज अन्तर्वेशन सूत्र का प्रयोग कर निम्न सारणी से  $y(3)$  का मान ज्ञान कीजिए :

Using Lagrange's interpolation formula, find  $y(3)$  from the following table:

x	0	1	2	4	5
y	0	16	48	88	0

2. (अ) फलन ज्ञात कीजिए जिसका प्रथम अन्तर है :  $x^3 + 3x^2 + 5x + 12$  जहाँ अन्तर का अन्तराल एक है। Find the function whose first difference is:  $x^3 + 3x^2 + 5x + 12$  where interval of differencing being unity.

(ब) न्यूटन के अन्तर्वेशन सूत्र के प्रयोग से निम्न सारणी से 25 वर्ष की आयु पर शुद्ध अधिशुल्क ज्ञात कीजिए। Use Newton formula for interpolation to find the net premium at the age 25 from the table:

Age	Annual net premium
20	0.01427
24	0.01581
28	0.01772
32	0.01996

काई II. 3. (अ) बेसल सूत्र द्वारा  $y_{25}$  ज्ञात कीजिए, दिया हुआ है कि :

Use Bessel formula to find  $y_{25}$ , given that :

$y_{20} = 24, y_{24} = 32, y_{28} = 35, y_{32} = 40.$

(ब) ट्रेपीजॉइडल नियम द्वारा निम्न का मान ज्ञात कीजिए जबकि  $h = 0.1$ , इस मान की मथार्थ मान से तुलना कीजिए । Using Trapezoidal rule, calculate the value of :

$$\int_{0.2}^{1.4} e^x dx.$$

Given  $h = 0.1$ , compare it with the exact value.

अथवा / OR

4. (अ) बैडल के नियम द्वारा निम्न का मान ज्ञात कीजिए :

Using Weddle's rule, calculate the value of :

$$\int_0^6 \frac{dx}{1+x^2}$$

(ब) स्टर्लिंग के सूत्र द्वारा ज्ञात  $y_{28}$  कीजिए जबकि दिया हुआ है :

Using Stirling formula to find  $y_{28}$  given:

$y_{20} = 49225, y_{25} = 48316, y_{30} = 47236, y_{35} = 45926, y_{40} = 44036.$

इकाई III. 5. (अ) द्विविभाजन विधि का प्रयोग करते हुए अन्तराल  $[0, 1]$  में समीकरण  $x^4 + 2x^3 - x - 1 = 0$  का वास्तविक मूल ज्ञात कीजिए । Using the Bisection method, find the real root of the equation  $x^4 + 2x^3 - x - 1 = 0$  lying in the interval  $[0, 1]$ .

(ब) न्यूटन-रेफसन विधि द्वारा समीकरण  $x^3 - 3x - 5 = 0$  का वास्तविक मूल चार दशमलव स्थानों तक ज्ञात कीजिए । Find the real root of the equation  $x^3 - 3x - 5 = 0$  correct to four places of decimals by Newton-Raphson Method. अथवा / OR

6. (अ) पुनरावृत्ति विधि द्वारा समीकरण  $e^x - 3x = 0$  के वास्तविक मूल ज्ञात कीजिए ।

Find the real root of the equation  $e^x - 3x = 0$  by iteration method.

(ब) मिथ्या स्थिति विधि द्वारा समीकरण  $x^6 - x^4 - x^3 - 3 = 0$  का 1.5 तथा 1.6 के मध्य वाला वास्तविक मूल चार दशमलव स्थानों तक ज्ञात कीजिए । Find the real root between 1.5 and 1.6 to four decimals of the equation :  $x^6 - x^4 - x^3 - 3 = 0$  by false position method.

इकाई IV. 7. (अ) सिद्ध कीजिए कि  $x_1, x_2, \dots, x_n$  बिन्दुओं के सभी अवमुख संचयों का समुच्चय एक अवमुख समुच्चय होता है । Prove that the set of all convex combination of a finite number of points  $x_1, x_2, \dots, x_n$  is a convex set.

(ब) निम्न समस्या को आलेख विधि से हल कीजिए:

Solve graphically the following problem :

अधिकतम : Maximize :

$$Z = 2x_1 + 3x_2 + 6x_3$$

प्रतिबन्ध : Subject to :

$$x_1 + 3x_2 + 4x_3 \geq 4$$

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 2 \text{ and } x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

अथवा / OR

8. (अ) यदि निकाय  $AX = b, X \geq 0$  के सुसंगत हलों का अवमुख समुच्चय एक अवमुख बहुफलक्रीय हो, तो सिद्ध कीजिए कि इसका कम से कम एक चरम बिन्दु इष्टतम हल को व्यक्त करता है ।

If convex set of feasible solutions of  $AX = b, X \geq 0$  is a convex polyhedron, then show that at least one of the extreme points given an optimal solution.

(ब) एक कार बनाने वाली कम्पनी दो नमूनों A और B की कार बनाती है । ये कारें 2,000 रु. प्रति नमूना A और 1,000 रु. प्रति नमूना B के लाभ पर व्यापारियों को बेच दी जाती है । नमूना A के लिए, 150 मानव घण्टे संयोजन के लिए, 50 मानव घण्टे रंग-रोगन और परिसज्जा के लिए 10 मानव घण्टे जाँचने एवं परीक्षण के लिए आवश्यक होते हैं । नमूने B के लिए, 60 मानव

## B. Sc. (Part II) MATHEMATICS / 9

घण्टे संयोजन के लिए, 40 मानव घण्टे रंग-रोगन एवं परिसज्जा के लिए तथा 20 मानव घण्टे जाँचने एवं परीक्षण के लिए आवश्यक होते हैं। 30,000 मानव घण्टे संयोजन के लिए, 13,000 मानव घण्टे रंग-रोगन और परिसज्जा के लिए और 5,000 मानव घण्टे जाँच एवं परीक्षण के लिए उपलब्ध हैं। ग्राफीय विधि से समस्या को हल करते हुए यह बताइये कि अधिकतम लाभ के लिए कम्पनी A और B की कितनी-कितनी कारें बनायें।

A motor company manufactures two car models A and B. These are sold to car dealers at a profit of Rs. 2,000 per model A and Rs. 1,000 per model B. Model A requires 150 man hours for assembly, 50 man hours for painting and finishing and 10 man hours for checking and testing. Model B requires 60 man hours for assembly, 40 man hours for painting and finishing and 20 man hours for checking and testing. There are 30,000 man hours available in the assembly shop, 13,000 man hours in the painting and finishing shop, and 5,000 man hours in the checking and testing division. How many car of model A and B should the company produce so as to gain maximum profit? Use graphical method to solve the problem.

इकाई V. 9. (अ) निम्न रेखिक प्रोग्रामन समस्या को सिम्पलेक्स विधि से हल कीजिए:

Solve the following LPP by Simplex method:

अधिकतम : Maximize :

$$Z = -2x - y$$

प्रतिबन्ध : Subject to :

$$3x + y = 3$$

$$4x + 3y \geq 6$$

$$x + 2y \leq 4 \text{ and } x, y \geq 0.$$

(ब) द्वैतता की मूलभूत प्रमेय का कथन कर सिद्ध कीजिए।

State and prove fundamental theorem of duality.

10. (अ) निम्न रेखिक प्रोग्रामन समस्या की द्वैती समस्या ज्ञात कीजिए:

Give the dual of the following LP problem :

अधिकतम : Maximize :

$$Z_p = 2x_1 + 3x_2 + x_3$$

प्रतिबन्ध : Subject to :

$$4x_1 + 3x_2 + x_3 = 6$$

$$x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 4$$

$$\text{and } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

(ब) निम्न रेखिक प्रोग्रामन समस्या की सिम्पलेक्स विधि से हल कीजिए:

Give the following LPP by Simplex method :

अधिकतम : Maximize :

$$Z = 2x_1 + x_2$$

प्रतिबन्ध : Subject to :

$$3x_1 + 5x_2 \leq 15$$

$$6x_1 + 2x_2 \leq 24$$

$$\text{and } x_1, x_2 \geq 0.$$

अथवा / OR