

tan from the tangent at the vertex.

B. Sc. / B. A. (Part-II) MATHEMATICS, 2014

Numerical Analysis and Linear Programming

T. 3 H.

First Paper

M. M. 75

नोट :- (1) भाग-अ के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। इन प्रश्नों के उत्तर प्रत्येक 30 शब्दों तक सीमित हैं। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है। (2) प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न का चयन करते हुए कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 250 शब्दों का हो। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है। (3) इस भाग से कुल तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 500 शब्दों का हो। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

भाग-अ 1. अग्रान्तर तथा पश्चान्तर को परिभाषित कीजिए।

Define forward and backward differences.

2. असमान अन्तराल के लिए लग्रान्ज का अन्तर्वेशन सूत्र लिखिये।

Write Lagrange's interpolation formula for unequal intervals.

3. सामान्य संकेतनों से सिद्ध कीजिए। With usual notations, prove that :

$$\delta^2 y_{1/2} = y_2 - 3y_1 + 3y_0 - y_{-1}.$$

1 / B. Sc. (Part II) MATHEMATICS

4. समदूरस्थ कोटियों हेतु सामान्य क्षेत्रकलन सूत्र लिखिये ।

Write a General Quadrature Formula for equidistant ordinates.

5. निम्न अन्तर समीकरण को हल कीजिए । Solve the following difference equation: $y_{x+2} - 8y_{x+1} + 15y_x = 0$.

6. बीजीय तथा अबीजीय समीकरणों को परिभाषित कीजिए ।

Define Algebraic and Transcendental Equation.

7. सिद्ध कीजिए कि दो अवमुख समुच्चयों का सर्वनिष्ठ भी एक अवमुख समुच्चय होता है ।

Prove that intersection of two convex sets is also a convex set.

8. रैखिक प्रोग्रामन समस्याओं का गणितीय संरूपण लिखिये ।

Write mathematical formulation of linear programming problems.

9. न्यूनतापूरक चर को परिभाषित कीजिए । Define slack variables.

10. द्वैतता से आप क्या समझते हैं ? What do you mean by Duality ?

भाग-ब इकाई-I. 1. सिद्ध कीजिए : Prove that:

$$\frac{\Delta^2}{E} \sin(x+h) + \frac{\Delta^2 \sin(x+h)}{E \sin(x+h)} = 2(\cos h - 1)[\sin(x+h) + 1].$$

अथवा / OR

2. निम्न सारिणी से फलन का रूप ज्ञात कीजिए ।

Find the form of the function given by the following table:

x :	3	2	1	-1
f(x):	3	12	15	-21

इकाई-II. 3. यदि तीसरे अन्तर अचर है तो बेसल सूत्र द्वारा सिद्ध कीजिए :

If third differences are constant then by Bessel's formula prove that:

$$y_{x+1/2} = \frac{1}{2}(y_x + y_{x+1}) - \frac{1}{16}(\Delta^2 y_{x-1} + \Delta^2 y_x).$$

अथवा / OR

4. समलम्बीय नियम को लिखिये तथा सिद्ध कीजिए ।

State and prove Trapezoidal Rule.

इकाई-III. 5. हल कीजिए : Prove that: $y_{x+2} - 4y_x = 2^x$.

अथवा / OR

6. न्यूटन रेफसन विधि से $x^4 - x - 10 = 0$ का $x = 2$ के समीप मूल तीन दशमलव स्थानों तक ज्ञात कीजिए ।

By using Newton-Raphson method, find the root of $x^4 - x - 10 = 0$, which is nearer to $x = 2$, correct to three places of decimals.

इकाई-IV. 7. प्रदर्शित कीजिए कि निम्न समुच्चय अवमुख समुच्चय है :

Show that the following set is a convex set:

$$S = \{x : x = (x_1, x_2, x_3), x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 1\}.$$

अथवा / OR

8. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को लेखाचित्र विधि से हल कीजिए :

Solve the following L.P.P. by graphical method:

अधिकतम कीजिए (Max.) $z = 3x + 5y$

प्रतिबन्ध, (s. t)

$$x + 2y \leq 2000$$

$$x + y \leq 1500$$

$$y \leq 600$$

तथा (and)

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

इकाई-V. 9. निम्न LPP को सिम्पलेक्स विधि से हल कीजिए :

Solve the following LPP by Simplex method :

अधिकतम कीजिए (Max.) $z = -2x_1 + x_2$

प्रतिबन्ध, (s.t) $x_1 - x_2 \leq 10$

$$2x_1 + x_2 \leq 40$$

तथा (and) $x_1, x_2 \geq 0$.

अथवा / OR

10. निम्न LPP की द्वैती समस्या (DP) ज्ञात कीजिए :

Find the Dual Problem (DP) of the following LPP :

अधिकतम कीजिए (Max.) $z = x_1 + 3x_2$

प्रतिबन्ध, (s, t) $3x_1 + 2x_2 \leq 6$

$$3x_1 + x_2 = 4$$

तथा (and) $x_1, x_2 \geq 0$.

भाग-स 1. (a) सिद्ध कीजिए : Prove that :

$$\mu_1 x + \mu_2 x^2 + \mu_3 x^3 + \dots = \frac{x}{1-x} U' + \frac{x^2}{(1-x)^2} \Delta \mu_1 + \frac{x^3}{(1-x)^3} \Delta^2 \mu_1 + \dots$$

(b) एक द्विघात बहुपद (0, 1), (1, 3), (2, 7) तथा (3, 13) से गुजरता है। बहुपद ज्ञात कीजिए। A second degree polynomial passes through (0, 1), (1, 3), (2, 7) and (3, 13). Find the polynomial.

2. (a) गॉस के अग्र अन्तर्वेशन सूत्र के उपयोग द्वारा $f(32)$ ज्ञात कीजिए जबकि दिया हुआ है : Use Gauss's forward interpolation formula to find $f(32)$, given that : $f(25) = 0.2707$, $f(30) = 0.3027$, $f(35) = 0.3386$, $f(40) = 0.3794$.

(b) सिद्ध कीजिए : Prove that :

$$\int_0^1 ux \, dx = \frac{1}{12} (5u_1 + 8u_0 - u_2)$$

लगभग (Approximately).

3. (a) मिथ्या स्थिति विधि द्वारा समीकरण $x^3 - 2x - 5 = 0$ का वास्तविक मूल ज्ञात कीजिए :

Using method of false position, find the real root of the equation

$$x^3 - 2x - 5 = 0.$$

(b) हल कीजिए : Solve $u_{x+1} = 2ux \sqrt{1 - ux^2}$.

4. दो भोजन x_1 और x_2 के लिए निम्न आँकड़े दिये गये हैं :

The data for two foods x_1 and x_2 are given below :

(Per Unit)

	x_1	x_2	Min. Requirement
Price	60 पैसे	21 पैसे	
Calories	1000	2000	3000
Proteins	25 ग्राम	100 ग्राम	100 ग्राम

भोजन पर व्यय निम्नतम रखने हेतु LPP का गणितीय संरूपण कीजिए एवं लेखाचित्र विधि से हल कीजिए। Formulate the LPP for minimizing expenditure on food and solve graphically.

5. निम्न LPP को सिम्पलेक्स विधि से हल कीजिए :

Solve the following LPP by Simplex method :

16 / B. Sc. (Part II) MATHEMATICS

अधिकतम कीजिए (Max.) $z = -2x_1 + x_2$

प्रतिबन्ध, (s.t)

$$3x_1 + x_2 = 3$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$

तथा (and)

$$x_1, x_2 \geq 0.$$