smooth vertical circle. Discuss the motion of the particle.

B. Sc. / B. A. (Part-II) MATHEMATICS, 2015

Numerical Analysis and Linear Programming

T. 3 H. **First Paper** **M. M. 75**

नोट :- (1) भाग-अ के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। इन प्रश्नों के उत्तर प्रत्येक 30 शब्दों तक सीमित है। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है। (2) भाग-ब में प्रत्येक इकाई में से एक प्रश्न (अ) अथवा (ब) का चयन करते हुए कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 250 शब्दों का हो। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है। (3) भाग-स से कुल तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 500 शब्दों का हो। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

भाग-अ Part-A.

1. मान ज्ञात कीजिए : Evaluate : $\Delta \log f(x) = \log\left[1+\frac{\Delta f(x)}{f(x)}\right]$.

2. अन्तर्वेशन हेतु कल्पनाएँ लिखिए। Write the assumptions for Interpolation.

3. सामान्य संकेतन से सिद्ध कीजिए : With usual notation, prove that :

(i) $(E+I)\delta = 2(E-I)\mu$ (ii) $\delta^2(y_0) = y_1 - 2y_0 + y_{-1}$.

4. गॉस पश्च अन्तर्वेशन सूत्र लिखिए।

Write Gauss's Backward interpolation formula.

5. समदूरस्थ कोटियों हेतु सामान्य क्षेत्रकलन सूत्र लिखिए।

Write General quadrature formula for equidistant ordinates.

6. दिखाइए $y_h = \frac{h(h-1)}{2}$ अन्तर समीकरण $y_{h+1} - y_h = h$ का एक हल है।

Show that $y_h = \frac{h(h-1)}{2}$ is a solution of the difference equation $y_{h-1} - y_h = h$

7. इष्टतम हल को परिभाषित कीजिए। Define Optimal Solution.

8. प्रत्येक अधिसमतल एक अवमुख समुच्चय होता है।

Every hyperplane is a convex set.

9. अपभ्रष्टता को परिभाषित कीजिए। Define Degeneracy.

10. रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या का मानक रूप लिखिए।

Write the standard form of Linear Programming Problem.

भाग-ब **इकाई I.** 1. मान ज्ञात कीजिए : Evaluate : $\Delta^2(\cos 2x)$. **अथवा / OR**

निम्न सारणी में छूटे हुए पद ज्ञात कीजिए :

Obtain the missing terms in the following table :

X	1	2	3	4	5	6	7	8
f(x)	1	8	?	64	?	216	343	512

इकाई II. 2. केन्द्रीय अन्तर सूत्र का प्रयोग कर y_{32} ज्ञात करने के लिए दिया है :
Apply Central difference formula to obtain y_{32}, given that :
$y_{25}=0.2707$, $y_{30}=0.3027$, $y_{35}=0.3386$, $y_{40}=0.3794$. **अथवा / OR**

तृतीय क्रम तक के अन्तर लेते हुए स्टिरलिंग अन्तर्वेशन सूत्र से निम्न परिणाम प्राप्त कीजिए :
From the Stirling interpolation formula, obtain the following result (upto third differences) :

$$\frac{d}{dx}(y_x)=\frac{2}{3}(y_{x+1}-y_{x-1})-\frac{1}{12}(y_{x+2}-y_{x-2}).$$

इकाई III. 3. हल कीजिए : Solve : $y_{h+2}+6y_{h+1}+25y_h=0$. **अथवा / OR**

न्यूटन रेफसन विधि द्वारा समीकरण $x^3-3x-5=0$ का वास्तविक मूल चार दशमलव स्थानों तक ज्ञात कीजिए। Find the real root of the equation $x^3-3x-5=0$ correct to four places of decimals by Newton Raphson Method.

इकाई IV. 4. निम्न L.P.P. को ग्राफ विधि से हल कीजिए :
Solve the following L.P.P. graphically :

अधिकतम (Max.) : $Z=3x_1+2x_2$

प्रतिबन्ध (s.t.) $x_1+x_2\geq 1$
$x_2-5x_1\leq 0$
$5x_2-x_1\geq 0$
$x_1-x_2\geq -1$
$x_1+x_2\leq 6$
$x_1\leq 3$

तथा (and) $x_1\geq 0,\ x_2\geq 0$. **अथवा / OR**

$x_1, x_2 \ldots\ldots\ldots, x_n$ बिन्दुओं के सभी अवमुख संचयों का समुच्चय एक अवमुख समुच्चय होता है। The set of all convex combinations of a finite number of points $x_1, x_2 \ldots\ldots\ldots, x_n$ is a convex set.

इकाई V. 5. निम्न L.P.P. के लिए एक प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए :
Determine an initial Basic Feasible solution for the following L.P.P.

अधिकतम (Max.) : $Z=3x_1+2x_2+x_3+5x_4$

प्रतिबन्ध (s.t.) $3x_1+4x_2+5x_3+6x_4\leq 5$
$2x_1+6x_2+x_3+5x_4\geq 6$
$x_1+x_2+5x_3+x_4=7$

तथा (and) $x_1, x_2, x_3, x_4\geq 0$. **अथवा / OR**

किसी आद्य समस्या के द्वैती की द्वैती आद्य समस्या ही होती है।
The dual of the dual of a primal problem is the primal problem.

भाग-स 1. (अ) सिद्ध कीजिए : Prove that :

$$\mu_x-\frac{1}{8}\Delta^2\mu_{x-1}+\frac{1.3}{8.16}\Delta^4\mu_{x-2}-\frac{1.3.5}{8.16.24}\Delta^6\mu_{x-3}+\ldots\ldots$$
$$=\mu_{x+1/2}-\frac{1}{2}\Delta\mu_{x+1/2}+\frac{1}{4}\Delta^2\mu_{x+1/2}-\frac{1}{8}\Delta^3\mu_{x+1/2}+\ldots.$$

(ब) 0 से (n – 1) तक x के सभी पूर्णांकों के लिए y_x के मान दिए हुए हैं। प्रदर्शित कीजिए कि y_x निम्न रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

Values of y_x are given for all integral values of x from 0 to (n – 1). Show that y_x is capable of expression in the form :

$$\frac{\lfloor \underline{x}}{\lfloor \underline{x-n}\,\lfloor \underline{n-1}}\left[\frac{y_{n-1}}{x-n+1} - {}^{n-1}C_1\frac{y_{n-2}}{x-n+2} + {}^{n-1}C_2\frac{y_{n-3}}{x-n+3} + \dots + {}^{(n-1)}C_{(n-1)}\frac{(-1)^{n-1}y_0}{x}\right]$$

2. (अ) त्रि-बिन्दु गॉस क्षेत्रकलन सूत्र द्वारा निम्न समाकलन का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate the following integral by Gauss three point quadrative formula :

$$\int_0^1 (1+2x)^{1/2}\,dx.$$

(ब) निम्न आंकड़ों में स्टिरलिंग सूत्र के प्रयोग से y_{28} ज्ञात कीजिए :

Use Stirling formula to find y_{28}, given :

$y_{20}=49225$, $y_{25}=48316$, $y_{30}=47236$, $y_{35}=45926$, $y_{40}=44306$.

3. (अ) निम्न अंतर समीकरण को हल कीजिए :

Solve the following difference equation : $y_{h+2}-y_{h+1}-2y_h=h^2$.

(ब) निम्न L.P.P. का इष्टतम हल इसके आधारी सुसंगत हल में से ज्ञात कीजिए :Find the optimal solution of the following L.P.P. from among its basic feasible solution

अधिकतम (Max.) $f(x)=2x_1+3x_2+4x_3+7x_4$

प्रतिबन्ध (s.t.) $2x_1+3x_2-x_3+4x_4=8$

$x_1-2x_2+6x_3-7x_4=-3$

तथा (and) $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.$

अथवा / OR

पुनरावृति विधि से निम्न समीकरण का एक वास्तविक मूल ज्ञात कीजिए :

Find a real root of the following equation by interative method :

$$f(x)=x^3+x^2-1=0.$$

4. (अ) निकाय Ax = b के सभी सुसंगत हलों के अवमुख समुच्चय का प्रत्येक चरम बिन्दु एक आधारी सुसंगत हल होता है। Every extreme point of the convex set of all feasible solution of the system Ax = b is a basic feasible solution.

(ब) यदि निकाय Ax = b, x ≥ 0 के सुसंगत हल का अवमुख समुच्चय एक अवमुख बहुफलकीय हो, तो इसका कम से कम एक चरम बिन्दु इष्टतम हल व्यक्त करता है।

If the convex set of the feasible solution of Ax = b, x ≥ 0 is a convex polyhedron, then at least one of the extreme points gives an optimal solution.

5. (अ) निम्न L.P.P. को सिम्प्लेक्स विधि से हल कीजिए :

Solve the following L.P.P. by Simplex Method :

निम्नतम (Min.) : $Z=x_1+x_2$

प्रतिबन्ध (s.t.) $2x_1+x_2\geq 4$

$x_1+7x_2\geq 7$

तथा (and) $x_1,\ x_2\geq 0.$

(ब) निम्न L.P.P. को द्वैती ज्ञात कीजिए :

Find the dual problem of the following L.P.P. :

निम्नतम (Min.) : $Z=x_1+x_2+x_3$

12

प्रतिबन्ध (s.t.) $x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 5$

$2x_1 - 2x_2 \leq -3$

$2x_2 - x_3 \geq 5$

तथा (and) $x_1,\ x_2 \geq 0.$

x_3 चिन्ह में अप्रतिबन्धित है। x_3 is unrestricated in sign.

T. 3 H. **Differential Equations II Paper** M. M. 75