

B. Sc. / B. A. (Part-II) MATHEMATICS, 2016

Numerical Analysis and Linear Programming

T.3 H.

First Paper

M. M. 75

नोट :- (1) भाग-अ के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। इन प्रश्नों के उत्तर प्रत्येक 30 शब्दों तक सीमित है। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

(2) भाग-ब में प्रत्येक इकाई में से एक प्रश्न (अ) अथवा (ब) का चयन करते हुए कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 250 शब्दों का हो। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

(3) भाग-स से कुल तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 500 शब्दों का हो। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

भाग-अ Part-A.

1. क्रम गुणित रूप में लिखिए। Write in factorial notation :

$$x^2 + 3x^2 + 2x + 12$$

2. प्रदर्शित कीजिए : Show that : $\left(\frac{\Delta^2}{E}\right)x^3 = 6x$

3. सामान्य संकेतन से सिद्ध कीजिए : With usual notation, prove that :

$$\mu^2 = 1 + \frac{1}{4}\delta^2$$

4. स्टलिंग अन्तर्वेशन सूत्र लिखिए। Write Stirling interpolation formula.

5. संख्यात्मक समाकलन का वेडल नियम लिखिए।

Write weddle rule of Numerical integration.

6. अन्तर समीकरण $u_{x+2} - 5u_{x+1} + 6u_x = 0$ का हल लिखिए।

Write the solution of difference equation $u_{x+2} - 5u_{x+1} + 6u_x = 0$.

7. न्यूटन-रेफसन विधि का ज्यामितिय चित्रण कीजिए।

Draw geometry of Newton-Raphson method.

8. ज्यामितिय उदाहरण सहित अवमुख समुच्चय को परिभाषित कीजिए।

Define convex set with geometrical examples.

9. अवमुख संचय को परिभाषित कीजिए। Define convex combination.

10. रेखीय प्रोग्रामिंग समस्या का मानक रूप लिखिए।

Write the standard form of Linear, Programming Problem.

भाग-ब इकाई I. 1. निम्न आँकड़ों को प्राप्त करने वाले निम्नतम घात का बहुपद ज्ञात कीजिए :

Find lowest degree polynomial which takes the following values.

x	0	1	2	3	4	5
y	0	3	8	15	24	35

अथवा /OR

भाजित-अन्तर के रेखियता नियम का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।

State and prove the Linearty rule of divided difference.

इकाई II. 2. गॉस के केन्द्रीय अन्तर सूत्र का प्रयोग कर $f(337.5)$ का मान निम्न आँकड़ों से ज्ञात कीजिए। Use Gauss central difference formula, find the value of $f(337.5)$ from following data.

x	310	320	330	340	350	360
f(x)	2.4914	2.5052	2.5185	2.5315	2.5441	2.5563

अथवा /OR

बेसल अन्तर्वेशन सूत्र द्वारा सिद्ध कीजिए।

15

2 / B. Sc. (Part II) MATHEMATICS, 2016

Use Bessel's interpolation formula and prove that :

$$\frac{d}{dx}(yx) = \Delta y_{x-\frac{1}{2}} - \frac{1}{24} \Delta^3 y_{x-\frac{3}{2}} + \dots$$

इकाई III. 3. न्यूटन-राफसन विधि द्वारा समीकरण $x^2 + 4 \sin x = 0$ का मूल ज्ञात कीजिए ।

Use Newton-Raphson method, find the root of the equation $x^2 + 4 \sin x = 0$.

अथवा / OR

न्यूटन राफसन विधि की अभिसारिता की विवेचना कीजिए ।

Discuss the convergence of Newton-Raphson Method.

इकाई IV. 4. F_1 तथा F_2 दो प्रकार के खाद्य पदार्थ हैं, इनमें विटामिन A, B तथा C है । एक व्यक्ति को प्रतिदिन 5 इकाई विटामिन A 10 इकाई विटामिन B तथा 13 इकाई विटामिन C की आवश्यकता है । F_1 में ये विटामिन क्रमशः 3, 2, 1 इकाई है, तथा B में 1, 3, 5 इकाई है । F_1 का मूल्य 10 रु तथा F_2 का मूल्य 15 रु. है । आधर का न्यूनतम मूल्य ज्ञात करने के लिए रेखिय प्रोग्रामन समस्या लिखिए ।

There are two types of food F_1 and F_2 . These foods contain vitamin A, B & C. A man required 5 unit of vitamin A, 10 unit of B and 13 unit of C daily. Food F_1 contains 3, 2 and 1 unit of vitamins A, B, C respectively and F_2 contains 1, 3, 4 units. F_1 costing Rs. 10 and F_2 Rs. 15. Write the linear programming problem to find minimum cost of required food. अथवा / OR

निम्न रे.प्रा.स. का आलेख विधि से हल कीजिए :

Solve the following LPP graphically :

अधिकतम (Max.): $Z = 3x_1 + 4x_2$

प्रतिबन्ध (s.t.) $5x_1 + 4x_2 \leq 200$

$$3x_1 + 5x_2 \leq 150$$

$$5x_1 + 4x_2 \geq 100$$

$$8x_1 + 4x_2 \geq 80$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

इकाई V. 5. निम्न रे.प्रा.स. की द्वैती समस्या ज्ञात कीजिए :

Find dual problem of following LPP:

निम्नतम (Min.): $Z = x_1 + x_2 + x_3$

प्रतिबन्ध (s.t.) $x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 5$

$$x_1 - 2x_2 \leq -3$$

$$2x_2 - x_3 \geq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0, x_3 \text{ अप्रतिबन्धित है } \text{unrestricted} \quad \text{अथवा / OR}$$

निम्न रे.प्रा.स. के लिए प्रथम सिम्पलेक्स सारणी बनाइए :

Form the first simplex table for following LPP:

अधिकतम (Max.): $Z = 5x_1 + 3x_2$

प्रतिबन्ध (s.t.) $3x_1 + 5x_2 \leq 15$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

भाग-स 1. (अ) सिद्ध कीजिए कि n घातीय बहुपद का n वां विभाजित अन्तर स्थिरांक होता है ।

18

B. Sc. (Part II) MATHEMATICS, 2016 / 3

Prove that n^{th} divided difference of polynomial of n^{th} degree is constant.

(ब) लाग्रान्ज सूत्र द्वारा सिद्ध कीजिए : Use Lagrange formula and prove :

$$y_0 = \frac{1}{2}(y_1 + y_{-1}) - \frac{1}{8} \left[\frac{1}{2}(y_3 + y_1) - \frac{1}{2}(y_{-1} + y_{-3}) \right]$$

2. (अ) सिम्पसन 1/3 नियम के उपयोग से समाकलन का मान ज्ञात कीजिए ।

Using Simpson 1/3 rule and evaluate :

$$\int_{0.2}^{1.4} e^x dx$$

(ब) तीसरा अन्तर स्थिरांक हो तो सिद्ध कीजिए :

If third difference is constant then prove that :

$$y_{x+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(y_x + y_{x+1}) - \frac{1}{6}(\Delta^2 y_{x-1} + \Delta^2 y_x)$$

3. (अ) अन्तर समीकरण को हल करो : Solve the difference equation :

$$u_{x+2} - 7u_{x+1} - 8u_x = x^2, 2^x$$

(ब) समीकरण $x^3 - 9x + 1 = 0$ का वास्तविक मूल रेगुला-फाल्सी विधि से ज्ञात कीजिए :

Find real root of $x^3 - 9x + 1 = 0$, using Regula-Falsi method.

4. (अ) प्रदर्शित कीजिए कि समुच्चय $s = \{x: x = (x_1, x_2, x_3); x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 1\}$ अवमुख

समुच्चय है । Show that the set $s = \{x: x = (x_1, x_2, x_3); x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 1\}$ is convex set.

(ब) निम्न रे.प्रा.स. का आलेख विधि से हल ज्ञात कीजिए :

Solve the LPP by graphical method :

निम्नतम (Min.): $z = 2x_1 - 10x_2$

प्रतिबन्ध (s.t.) $x_1 - x_2 \geq 0$

$$x_1 - 5x_2 \leq -5$$

तथा (and) $x_1, x_2 \geq 0$

5. द्वैतता के मूल प्रमेय का कथन कर सिद्ध कीजिए :

State and prove fundamental theorem of duality of LPP.