

• (१७) त्रिभुज द्वारा हल काजिए : Solve by Monge's method:

$$r - t \cos^2 x + p \tan x = 0.$$

T. 3 H.

**Mechanics - I (Statics and Dynamics of a Particle)**  
**Third Paper**

**M. M. 75**

इकाई I.

1. (अ) तीन बल P, Q और R रेखाओं  $x + y = 1$ ,  $y - x = 1$  और  $y = 2$  द्वारा निर्मित

त्रिभुज की भुजाओं के अनुदिश क्रियाशील हैं। इनके परिणामी बल की क्रिया रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए। कोण पर झुके हैं :

Three forces, P, Q and R act along the sides of a triangle formed by the lines  $x + y = 1$ ,  $y - x = 1$  and  $y = 2$ . Find the equation of the line of action of their result.

(ब) एक सर्वत्रसम छड़ AB 6 मी. लम्बी है। छड़ का सिरा A एक रूख दीवार AC पर है। उसके बिन्दु D पर एक डोरी बँधी हुई है, जिसका सिरा दीवार के किसी बिन्दु C से बँधा है और तब छड़ क्षैतिज में ठहरती है। यदि  $AD = 2$  मी. और  $CD = 4$  मी. हो, तो सिद्ध करो कि A पर घर्षण गुणांक  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  होगा।

A uniform rod AB, 6m long, is just supported in a horizontal position with its extremity A in contact with a rough wall AC by a string CD, one end of which is attached to a point D of the rod and the other end to a point C on the wall. If  $AD = 2$  m and  $CD = 4$  m, prove that the coefficient of friction at A is  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

अथवा / OR

2. (अ) त्रिज्या a तथा W भार के दो चिकने गोले r त्रिज्या के चिकने गोलाकार प्याली के सम्पर्क में रखे हैं। सिद्ध कीजिए कि उनके मध्य दबाव  $\frac{Wa}{\sqrt{r(r-2a)}}$  है

Two smooth spheres each of radius a and weight W lie in contact in a smooth spherical bowl of radius r. Show that pressure between them is  $\frac{Wa}{\sqrt{r(r-2a)}}$

(ब) एक पतला सम अर्द्ध गोला कटोरा एक रूख क्षैतिज समतल पर रखा हुआ है व एक चिकनी उर्ध्वाधर दीवार के सहारे टिका हुआ है। यदि कटोरा फिसलने की सीमा पर हो, तो सिद्ध कीजिए कि कटोरे की अक्ष का उर्ध्वाधर से झुकाव  $\sin^{-1}(2\mu)$  है, जहाँ  $\mu$  समतल का घर्षण गुणांक है।

A thin uniform hemispherical bowl rests with its curved surface on a rough horizontal plane and leans against a smooth vertical wall. Prove that, when the bowl is on the points of slipping, the inclination of the axes of the bowl to the vertical is  $\sin^{-1}(2\mu)$ , where  $\mu$  is the coefficient of friction.

इकाई II. 3. (अ) एक दिए बल निकाय के केन्द्रीय अक्ष के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equations of the central axis of any given system of forces.

(ब) एक घन की तीन कोनों के अनुदिश बल P, Q, R क्रियाशील है। केन्द्रीय अक्ष ज्ञात कीजिए। Forces P, Q, R act along three non-intersecting edges of a cube. Find the central axis.

अथवा / OR

4. (अ) भुजा a वाले घन के सामने वाली फलकों के दो लम्बवत् विकर्णों के अनुदिश समान बल क्रियाशील है? प्रदर्शित कीजिए कि वे बल एकाकी बल R के तुल्य हैं जो घन के केन्द्र से गुजरने वाली रेखा के अनुदिश क्रियाशील है तथा एक बल युग्म  $\frac{1}{2} aR$  जिसका अक्ष भी वही रेखा है।

Equal forces act along two perpendicular diagonals of opposite faces of a cube of side a. Show that they are equivalent to a single force R acting along a line through the centre of the cube and a couple  $\frac{1}{2} aR$  with the same line for axis.

(ब) आधारों पर जुड़े हुए एक बेलन और एक गोलाखर्द से बड़ा पिण्ड किसी क्षैतिज मेज पर इस प्रकार रखा जाता है कि अर्धगोलीय सिरा मेज से सम्पर्क में रहे। क्या सन्तुलन स्थायी है या अस्थायी है? A homogenous body, consisting of a cylinder and a hemisphere joined at their bases, is placed with the hemispherical end on a horizontal table. Is the equilibrium stable or unstable.

इकाई III. 5. (अ) चार एक समान छड़े स्वतन्त्रतापूर्वक उनके सिरों पर जुड़ी हुई है और एक



समान्तर चतुर्भुज, ABCD बनाती हैं जो जोड़ A द्वारा लटकाया जाता है और जिसकी आकृति एक डोरी AC द्वारा अपरिवर्तित रखी जाती है। सिद्ध कीजिए कि डोरी का तनाव सम्पूर्ण भार के आधे के तुल्य है। Four uniform rods are freely joined at their extremities and form a parallelogram ABCD which is suspended by the joint A and is kept in shape by a string AC. Prove that the tension of the string is equal to half the whole weight.

(ब) साधारण कैटिनरी का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the Cartesian equation of the catenary.

अथवा/OR

6. (अ) एक W भार की सिरों रहित जंजीर एक चिकने ऊर्ध्वाधर शंकु के चारों ओर वृत्ताकार पट्टी के रूप में विरामावस्था में है तथा शंकु का शीर्ष ऊपर की ओर है। शंकु का शीर्ष कोण  $2\alpha$  मानते हुए जंजीर में उस भार के कारण आए तनाव को ज्ञात कीजिए।

An endless chain of weight W rests in the form of a circular band round a smooth vertical cone which has its vertex upwards. Find the tension in the chain due to its weight, assuming the vertical angle of the cone to be  $2\alpha$ .

(ब) दो स्थिर बिन्दु B तथा C से लटके एकसमान धागे का निम्नस्थ बिन्दु A है। धागे से निर्मित कैटिनरी की नियता से A तथा B की ऊँचाईयाँ क्रमशः a तथा b हैं, तो प्रदर्शित कीजिए कि A तथा B के मध्य धागे की लम्बाई  $\sqrt{(b^2 - a^2)}$  है। A is the lower point of uniform thread hanging from two fixed points B and C. Let a, b be the heights of A and B above the directrix of the catenary formed by the thread. Show that the length of the thread between A and B equals  $\sqrt{(b^2 - a^2)}$

इकाई IV. 7. (अ) एक कण एकसमान कोणीय वेग से वक्र  $r = ae^{\theta}$  में चलता है। सिद्ध करो कि इसका अरीय त्वरण शून्य होगा तथा अनुप्रस्थ त्वरण इसकी ध्रुव से दूरी के समानुपाती होगा।

A particle describes the curve  $r = ae^{\theta}$  with constant angular velocity. Show that its radial acceleration is zero and transverse acceleration varies as its distance from the pole.

(ब) एक कण किसी वृत्त के व्यास AB पर अचर वेग से चलता है और एक अन्य कण विरामावस्था से अर्धपरिधि AB पर एकसमान स्पर्शरेखीय त्वरण से चलता है। यदि वे A से एकसाथ रवाना होते हैं और B पर साथ-साथ ही पहुँचते हैं, सिद्ध करो कि B पर उनके वेग  $\pi : 1$  अनुपात में होंगे।

One point describes the diameter AB of a circle with constant velocity and another semi-circumference AB from rest with constant tangential acceleration. If they start together from A and arrive together at B, show that the velocities at B are in the ratio  $\pi : 1$ .

अथवा/OR

8. (अ) एक पिण्ड एक सरल रेखा OAB पर स. आ. ग. से गतिमान है। यह A तथा B पर विरामावस्था में है जिसकी O से दूरी क्रमशः a तथा b है और उसका वेग v है जब उनके मध्य बिन्दु पर है। प्रदर्शित कीजिए कि पूर्ण आवर्त काल  $\frac{\pi(b-a)}{v}$  है।

A body moving in a straight line OAB with S.H.M. has zero velocity when its points A and B whose distances from O are a and b respectively and has a velocity v when half way between them. Show that the complete period is  $\frac{\pi(b-a)}{v}$ .

(ब) एक कण किसी सरल रेखा में वर्ग व्युत्क्रमानुपाती बल के अधीन गमन करता है। सिद्ध करो कि विरामावस्था से अनन्त दूरी से a दूरी तक चलने में प्राप्त उसका वेग, a दूरी से a/2



दूरी तक चलने में प्राप्त वेग के बराबर होगा।

A particle moves in a straight line under force varying inversely as the square of distance. Show that its velocity in falling from rest at infinity to a distance  $a$  is equal to that acquired from rest at a distance  $a$  to distance  $a/2$ .

इकाई V. 9. (अ) एक कण 1 मी. लम्बी एक अप्रत्यास्थ डोरी के एक सिरे से बंधा है। उसे ऐसे प्रारम्भिक क्षैतिज वेग से चलाया जाता है कि डोरी ढीली पड़ जाती है, जब कण निम्नतम बिन्दु से  $\frac{5}{3}$  मी. ऊँचा है। सिद्ध करो कि वह  $\frac{5}{3}$  मी. और ऊँचा जाएगा।

27

A particle is hanging from a fixed point by a light inelastic cord 1 m long and has started moving with an initial horizontal velocity such that the cord slackens when the particle is  $\frac{5}{3}$  m above the lowest point.

show that it will rise further through  $\frac{5}{27}$  m.

(ब) ध्रुव बिन्दु की ओर बल का नियम ज्ञात कीजिए जिसके अधीन कोई कण वक्र  $r = a \sin n\theta$  पर गतिमान है।

Find the law of force towards the pole under which the curve  $r = a \sin n\theta$  is described.

अथवा/OR

10. (अ) एक कण एक बल  $m\mu (3au^4 - 2(a^2 - b^2)u^5)$ ,  $a > b$  की अधीन गतिशील है और इसे  $a + b$  दूरी पर स्तब्धिका से, वेग  $\frac{\mu}{a+b}$  से फेंका जाता है। प्रदर्शित कीजिए कि

इसकी सकेन्द्र कक्ष  $r = a + b \cos\theta$  है। A particle moves under a force  $m\mu (3au^4 - 2(a^2 - b^2)u^5)$ ,  $a > b$  and is projected from an apse at a distance  $a + b$  with velocity  $\frac{\mu}{a+b}$ . Show that its orbit is  $r = a + b \cos\theta$ .

(ब) एक कण एक चक्रज, जिसका अक्ष ऊर्ध्वाधर है तथा शीर्ष ऊपर है, के शीर्ष पर विरामावस्था से फिसलता है। सिद्ध कीजिए कि किसी भी बिन्दु पर कण का वेग उतना ही होगा जितना कि यदि कण को शीर्ष बिन्दु पर स्पर्श रेखा से उस बिन्दु तक गिराए जाने में कण का वेग होगा।

If a particle slides down from rest at the vertex cycloid, whose axis is vertical and vertex upwards. Show that the velocity at any point is due to fall from the tangent at the vertex.