

$$2x + 3y + z + 2(px + qy) = 0.$$

Mechanics-I (Statics and Dynamics of a Particle)

T.3 H.

Third Paper

M. M. 75

भाग-अ (अनिवार्य) 1.(i) एक पिण्ड पर लगे तीन बलों के अन्तर्गत साम्यावस्था के लिए आवश्यक प्रतिबन्ध लिखिए।

Write condition of equilibrium of three forces acting on a rigid body.

(ii) घर्षण बल को परिभाषित कीजिए। Define force of friction.

(iii) अस्थायी सन्तुलन को परिभाषित कीजिए। Define unstable equilibrium.

(iv) प्वायन सेंट केन्द्रीय अक्ष को परिभाषित कीजिए। Define Poinsot's Central axis.

(v) कैटिनरी की नैज समीकरण को परिभाषित कर लिखिए।

Define and write intrinsic equation of Catenary.

(vi) कल्पित कार्य को परिभाषित कीजिए। Define virtual work.

(vii) अरीय एवं अनुप्रस्थ वेग को परिभाषित कीजिए।

Define radial and transverse velocities.

(viii) सरल रेखा में गतिशील एक कण की सरल आवर्त गति को परिभाषित कीजिए।

Define Simple Harmonic Motion of a Particle moving in a straight line.

(xi) एक उर्ध्वाकार तल में एक चिकने वक्र पर गुरुत्व के प्रभाव में फिसलने वाले कण के गति के समीकरण लिखिए। Write down the equations of motion of a particle sliding down on smooth curve under gravity in a vertical plane.

(x) केन्द्रीय बल को परिभाषित कीजिए। Define Central force.

भाग-ब इकाई-1.1. रेखाओं $x = 0$, $y = 0$ और $x \cos \theta + y \sin \theta = p$ के अनुदिश बल P,

18 / B. Sc. (Part II) MATHEMATICS

Q, R क्रियाशील है, जहाँ अक्ष समकोणीय है। परिणामी बल का परिमाण एवं क्रिया रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए। Forces P, Q, R act along the lines $x = 0, y = 0$ and $x \cos \theta + y \sin \theta = p$, axes being rectangular. Find the magnitude of the resultant and the equation of its line of action.

अथवा / OR

2. दो खुरदरे कण जिसका भार व घर्षण गुणांक क्रमशः w_1, w_2 तथा μ_1, μ_2 है। एक भारहीन रस्सी से जुड़े हुए किसी धरातल पर साम्यावस्था में हैं, तो सिद्ध कीजिए कि धरातल का अधिकतम झुकाव होगा। Two rough particles connected by a light string rest on an inclined plane. If their weights and corresponding coefficients of friction are w_1, w_2 and μ_1, μ_2 respectively, show that greatest inclination of the plane for equilibrium is :

$$\tan^{-1} \left(\frac{\mu_1 w_1 + \mu_2 w_2}{w_1 + w_2} \right)$$

इकाई-II.3. 2a लम्बाई की एकसमान दण्ड एक चिकनी उर्ध्वाधर दीवार के सहारे तथा दीवार से b दूरी पर स्थित एक चिकनी खूँटी पर साम्यावस्था में हैं। प्रदर्शित कीजिए कि साम्यावस्था में दण्ड दीवार से $\sin^{-1} (b/a)^{1/3}$ कोण पर झुकी होगी। यह भी ज्ञात कीजिए कि सन्तुलन स्थायी या अस्थायी है ?

A uniform rod of length $2a$ rests in equilibrium against a smooth vertical wall and upon a smooth peg at a distance b from the wall. Show that in the position of equilibrium the rod is inclined to the wall at an angle $\sin^{-1} (b/a)^{1/3}$. Also find whether the equilibrium is stable or unstable.

अथवा / OR

4. सिद्ध कीजिए कि एक पिण्ड पर क्रियाशील कोई बल निकाय एक बल तथा एक बल युग्म में समानीत किया जा सकता है जिसका अक्ष बल की दिशा के अनुदिश है।

Show that a system of forces acting on a body can be reduced to a force together with a couple whose axis is along the direction of the force.

इकाई-III. 5. एक समषड्भुज ABCDEF छः समान दण्डों से बना है, जिनमें प्रत्येक का भार W है और वे स्वच्छन्दता पूर्वक परस्पर जुड़े हुए हैं। षड्भुज उर्ध्वाधर समतल में स्थित है और AB क्षैतिज मेज के सम्पर्क में हैं। यदि C और F एक भारहीन डोरी द्वारा जुड़े हुए हो तो सिद्ध कीजिए कि डोरी में तनाव $W\sqrt{3}$ है।

A regular hexagon ABCDEF consist of six equal rods which are each of weight W and are freely jointed together. The hexagon rests in a vertical plane and AB is in contact with a horizontal table. If C and F are connected by a light string, prove that its tension is $W\sqrt{3}$.

अथवा / OR

6. l लम्बाई की एकसमान जंजीर को एक ही क्षैतिज रेखा के दो बिन्दु A तथा B के मध्य लटकाना है जिसके सिरो पर तनाव निम्नतम बिन्दु पर तनाव का n गुना है, तो सिद्ध कीजिए कि इसकी विस्तृति AB होनी चाहिए $\frac{1}{\sqrt{n^2-1}} \log \{n + \sqrt{n^2-1}\}$.

A uniform chain of length l , is to be suspended from two points A and B in the same horizontal line so that either terminal tension is n times that at the lowest point. Show that the span must be $\frac{l}{n^2-1} \log \{n + \sqrt{n^2-1}\}$.

इकाई-IV. 7. यदि एक कण किसी स्थिर विक्रम $s = f(V)$ से चलता हो तो उस

कण के स्पर्श रेखीय तथा अभिलाम्बिक त्वरणों के व्यंजक प्राप्त कीजिए।

If a particle moves from a fixed point on the curve $s = f(\Psi)$ then obtain the expressions for tangential and normal accelerations. अथवा

8. एक पिण्ड एक सरल रेखा OAB पर स.आ.ग. से गतिमान है। यह A तथा B पर विरामावस्था में है। जिसकी O से दूरी क्रमशः a तथा b है और उसका वेग v है जब वह उनके मध्य बिन्दु पर है। प्रदर्शित कीजिए कि पूर्ण आवर्त काल $\frac{\pi(b-a)}{v}$ है।

A body moving in a straight line OAB with S.H.M. has zero velocity when at points A and B whose distances from O are a and b respectively and has a velocity v when half way between them. Show that the complete period is $\frac{\pi(b-a)}{v}$.

इकाई-V. 9. एक रूक्ष चक्रज का आधार क्षैतिज और शीर्ष नीचे की ओर है। अभयाग्र पर विराम से एक मणिका उसके अनुगत फिसलती है और शीर्ष पर फिर विरामावस्था में हो जाती है। सिद्ध कीजिए कि $\mu^2 e^{\mu\pi} = 1$, जहाँ μ घर्षण गुणांक है।

The base of a rough cycloidal arc is horizontal and its vertex downwards, a bead slides along its starting from rest at the cusp and coming to rest at the vertex. Show that $\mu^2 e^{\mu\pi} = 1$, where μ is the coefficient of friction. अथवा / OR

10. ध्रुव की ओर बल का नियम ज्ञात कीजिए जिसके अधीन कोई कण वक्र $r^n = a^n \cos n\theta$ को निर्मित करता है। Find the law of force towards the pole under which the curve $r^n = a^n \cos n\theta$ can be described.

भाग-स 1. किसी दृढ़ पिण्ड के विभिन्न बिन्दुओं पर क्रियाशील समतलीय बल निकाय का उनके समतल में स्थित किसी स्वेच्छ बिन्दु पर क्रियाशील एक बल एवं एक बलयुग्म में समान्यन किया जा सकता है। A system of coplanar forces acting at different points of a rigid body can be reduced to a single force acting at an arbitrary chosen point in their plane together with a couple.

2. समान बल निर्देशों अक्षों तथा सरल रेखा $\frac{x-\alpha}{l} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n}$ के अनुदिश क्रियाशील है निकाय के केन्द्रीय बल का समीकरण ज्ञात कीजिए, जहाँ l, m, n दिक्कोज्जाएँ हैं।

Equal forces act along the co-ordinate axes and along the straight line $\frac{x-\alpha}{l} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n}$ find the equations of the central axis of the system where l, m, n are the d.c.'s.

3. अनेक समतलीय बलों के क्रियाओं के अन्तर्गत किसी दृढ़ पिण्ड के संतुलन के लिए आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध यह है कि किसी लघु कल्पित विस्थापन में, जो निकाय के ज्यामितीय प्रतिबन्धों के साथ में अवरोधी है, बलों द्वारा किए गए कल्पिक कार्यों का बीजीय योग शून्य है।

The necessary and sufficient condition that a rigid body acted upon by a number of coplanar forces be in equilibrium is that the algebraic sum of the virtual works done by the forces in any small virtual displacement consistent with the geometrical condition of the system is zero.

4. एक कण पृथ्वी तल से ऊपर की ओर उर्ध्वाधर दिशा में ऐसे वेग से फेंका जाता है कि वह

20 / B. Sc. (Part II) MATHEMATICS

अनन्त दूरी तक पहुँच सकें। यदि a पृथ्वी की त्रिज्या हो तो सिद्ध कीजिए कि h ऊँचाई पर पहुँचने में निम्न समय लगेगा। A particle is projected vertically upward from the earth's surface with a velocity just sufficient to carry it to infinity. If a is the radius of the earth, prove that the time it takes to reach a height h is

$$h = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2a}{g}} \left[\left(1 + \frac{h}{a}\right)^{3/2} - 1 \right].$$

5. एक चिकने उर्ध्वाधर वृत्त के सबसे नीचे के बिन्दु से एक कण किसी वेग से फेंका गया जो वृत्त के अन्दर की ओर गमन करता है। उसकी गति की विवेचना कीजिए। A particle is projected from the lowest point with some velocity and moves along the inside of a smooth vertical circle. Discuss the motion of the particle.

B. Sc. (Part II) MATHEMATICS 2015